

Formelsammlung

Grundrechenarten

Addition $a + b = c$ Summand + Summand = Summe	Subtraktion $a - b = c$ Minuend – Subtrahend = Differenz
Multiplikation $a \cdot b = c$ Faktor · Faktor = Produkt	Division $a : b = c$ Dividend : Divisor = Quotient

Wichtige Rechengesetze

Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz) $a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$	Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz) $a + (b + c) = (a + b) + c$ $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$	Distributivgesetz (Verteilungsgesetz) $a \cdot (b \pm c) = ab \pm ac$ $\frac{b \pm c}{a} = \frac{b}{a} \pm \frac{c}{a}$
--	--	---

Bruchrechnen

Erweitern $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$	Kürzen $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$	Addition/Subtraktion $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c} \quad c \neq 0$	Multiplikation/Division $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}; \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad c, d \neq 0$
---	--	---	--

Rechnen mit Klammern

Auflösen von Plusklammern

$$+(-a + b - c) = -a + b - c$$

Die Rechenzeichen bleiben erhalten!

Auflösen von Minusklammern

$$-(-a + b - c) = +a - b + c$$

Die Rechenzeichen ändern sich!

Ausklammern

$$ab + ac - ad = a(b + c - d)$$

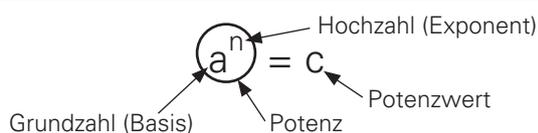
Ausmultiplizieren

$$a(-b + c - d) = -ab + ac - ad$$

Multiplizieren von Summen und Differenzen

$$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$$

Potenzen/Wurzeln



$$a^n = \underbrace{a \cdot a \dots a}_{n \text{ Faktoren}}$$

$$a^n = c \Leftrightarrow \sqrt[n]{c} = a \quad (c \geq 0)$$

Potenzieren und Radizieren sind entgegengesetzte Rechenarten.

Vereinfachte Schreibweise: $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$
 $\sqrt[n]{0} = 0 \quad (n \geq 2)$

Zehnerpotenzen

$10^0 = 1$	
$10^1 = 10$	$10^{-1} = 0,1$ (1 Zehntel)
$10^3 = 1000$ (1 Tausend)	$10^{-2} = 0,01$ (1 Hundertstel)
$10^6 = 1\,000\,000$ (1 Million)	$10^{-3} = 0,001$ (1 Tausendstel)

Maßeinheiten

Längenmaße	Hohlmaße
$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$ $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$ $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$	$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$ $1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$ $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$
Flächenmaße	Gewichtsmaße
$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$ $1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$ $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$ $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$ $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$	$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$ $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ $1 \text{ g} = 1000 \text{ mg}$
Raummaße/Hohlmaße	Zeitmaße
$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$ $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ $1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$	$1 \text{ Tag} = 24 \text{ h}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

Runden

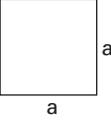
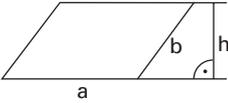
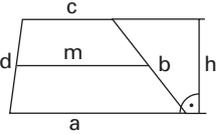
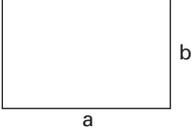
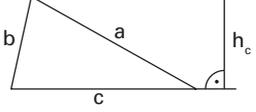
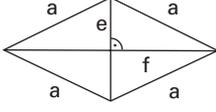
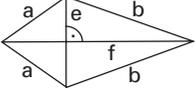
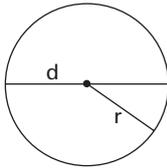
Die Stelle rechts von der Rundungsstelle ist entscheidend.

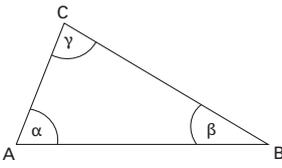
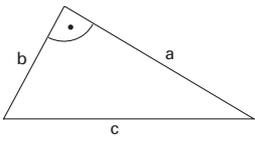
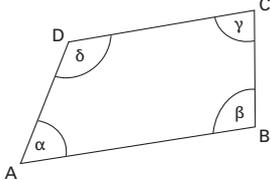
Ist die Ziffer der entscheidenden Stelle eine

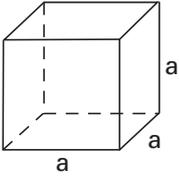
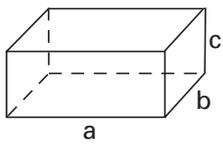
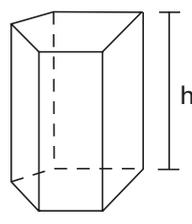
- ▶ 0, 1, 2, 3 oder 4 wird abgerundet.
- ▶ 5, 6, 7, 8 oder 9 wird aufgerundet.

Erläuterungen für Abkürzungen

A: Flächeninhalt	d: Länge der Raumdiagonale
A_G : Flächeninhalt der Grundfläche	s: Länge der Mantellinie
V: Volumen	h: Höhe
O: Oberflächeninhalt	r: Radius
M: Mantelflächeninhalt	u: Umfang
M: Kreismitte	
e, f: Länge der Flächendiagonalen	

Flächenberechnung		
Quadrat $A = a \cdot a$ $A = a^2$ $u = 4 \cdot a$ 	Parallelogramm $A = a \cdot h$ $u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ 	Trapez $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$ $A = m \cdot h$ $u = a + b + c + d$ 
Rechteck $A = a \cdot b$ $u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ 	Dreieck $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ $= \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2}$ $u = a + b + c$ 	Raute $A = \frac{e \cdot f}{2}$ $u = 4 \cdot a$ 
Drachen $A = \frac{e \cdot f}{2}$ $u = 2 \cdot (a + b)$ $= 2a + 2b$ 	Kreis $A = \pi \cdot r^2$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $u = 2 \cdot \pi \cdot r$ $u = \pi \cdot d$ $d = 2 \cdot r$ 	

Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken		
Winkel im Dreieck Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ 	Satz des Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$ 	Winkel im Viereck Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$ 
Merke: Winkelsumme im n-Eck: $(n - 2) \cdot 180^\circ$		

Körperberechnung		
Würfel $V = a \cdot a \cdot a$ $V = a^3$ $O = 6 \cdot a^2$ 	Quader $V = a \cdot b \cdot c$ $O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$ 	Säule (Prisma) $V = A_G \cdot h$ $O = 2 \cdot A_G + M$ 

Quadratische Gleichungen

Allgemeine Form

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Lösungsformeln

$$\rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\text{Diskriminante } D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$D > 0 \Rightarrow$ zwei Lösungen

$D = 0 \Rightarrow$ eine Lösung

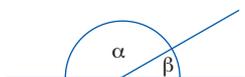
$D < 0 \Rightarrow$ keine Lösung

Normalform

$$x^2 + px + q = 0$$

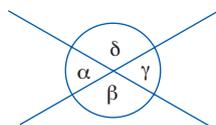
Winkel

Nebenwinkel



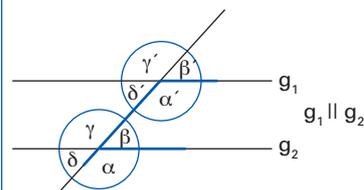
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Scheitelwinkel



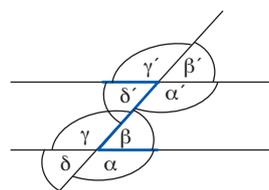
$$\alpha = \gamma, \beta = \delta$$

Stufenwinkel



$$\alpha = \alpha' \quad \gamma = \gamma' \\ \beta = \beta' \quad \delta = \delta'$$

Wechselwinkel



$$\alpha = \gamma' \quad \gamma = \alpha' \\ \beta = \delta' \quad \delta = \beta'$$

Strahlensätze

1. Strahlensatz

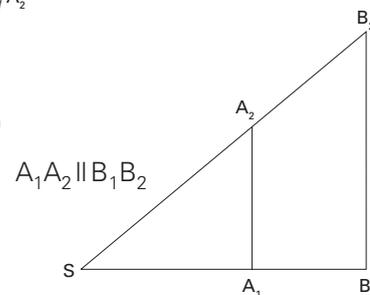
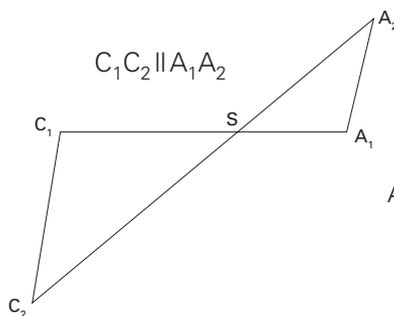
$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SC_1}} = \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SC_2}}$$

$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SB_1}} = \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SB_2}}$$

2. Strahlensatz

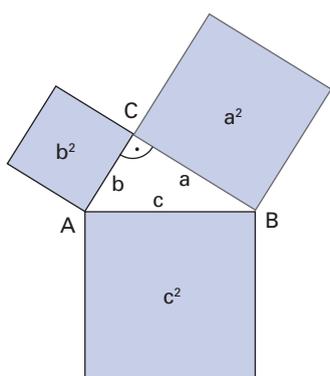
$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SC_1}} = \frac{\overline{A_1A_2}}{\overline{C_1C_2}}$$

$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SB_1}} = \frac{\overline{A_1A_2}}{\overline{B_1B_2}}$$



Flächensatz am rechtwinkligen Dreieck

Satz des Pythagoras



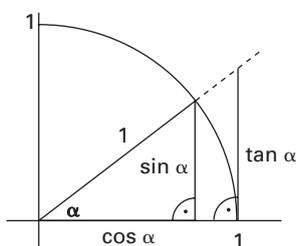
$$a^2 + b^2 = c^2$$

a, b: Katheten c: Hypotenuse

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der beiden Kathetenquadrate so groß wie das Hypotenusenquadrat.

Trigonometrie

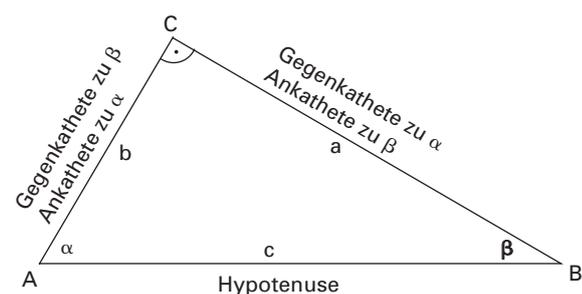
Winkelfunktionen am Einheitskreis



Besondere Werte

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0,71$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0,87$	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3} = 0,58$	1	$\sqrt{3} = 1,73$	nicht definiert

Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Leftrightarrow \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \Leftrightarrow \sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \Leftrightarrow \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} \Leftrightarrow \tan \beta = \frac{b}{a}$$

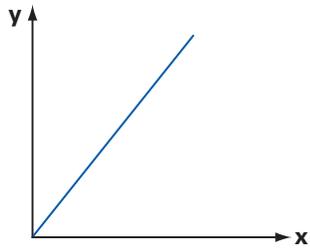
Zuordnungen

Direkte Proportionalität

Die Quotienten einander zugeordneter Zahlen sind gleich:

$$\frac{y}{x} = k \quad y \sim x \quad (x, k \neq 0)$$

(k Proportionalitätsfaktor)



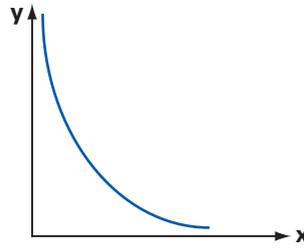
Alle Punkte liegen auf einer Geraden durch den Ursprung.

Antiproportionalität

Die Produkte einander zugeordneter Zahlen sind gleich:

$$x \cdot y = k \quad y \sim \frac{1}{x} \quad (x, k \neq 0)$$

(k Proportionalitätsfaktor)



Alle Punkte liegen auf einer Kurve, die sich an die Koordinatenachsen anschmiegt.

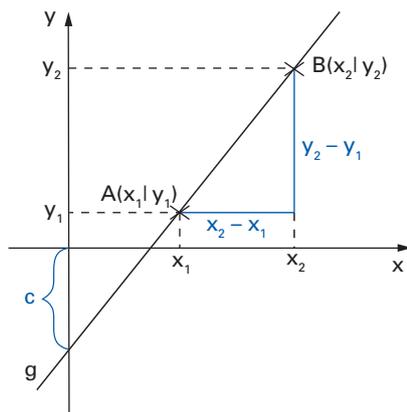
Funktionen

Lineare Funktion (Gerade)

$$g: y = mx + c$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

c = y-Achsenabschnitt



Parallele und senkrechte Geraden

$$g_1 \parallel g_2 \Rightarrow m_1 = m_2$$

$$g_1 \perp g_2 \Rightarrow m_2 = -\frac{1}{m_1} \\ \text{oder } m_1 \cdot m_2 = -1$$

Quadratische Funktionen

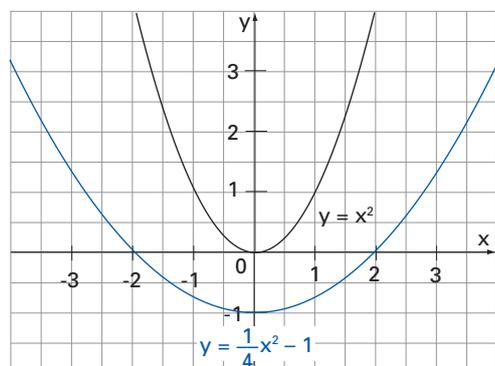
Quadratische Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$

Der Summand c gibt die Verschiebung des Scheitelpunkts in y-Richtung an. Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten S (0 | c). **Der Faktor a** wirkt sich auf die **Form und die Öffnung** der Parabel aus. Er kann dabei eine Spiegelung und eine Streckung der Normalparabel bewirken.

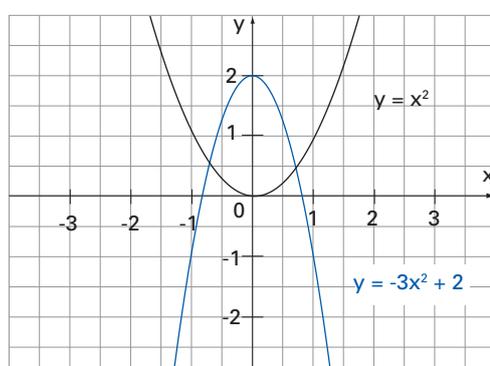
Für $a > 0$: Parabel nach oben geöffnet
 Für $0 < a < 1$: breiter als Normalparabel
 Für $a > 1$: schmaler als Normalparabel

Für $a < 0$: Parabel nach unten geöffnet
 Für $-1 < a < 0$: breiter als Normalparabel
 Für $a < -1$: schmaler als Normalparabel

Beispiel: Die Parabel $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ ist eine nach oben geöffnete Parabel. Sie ist breiter als die Normalparabel ($y = x^2$). Ihr Scheitelpunkt $S(0 | -1)$ liegt unterhalb der x-Achse.



Beispiel: Die Parabel $y = -3x^2 + 2$ ist eine nach unten geöffnete Parabel. Sie ist schmaler als die Normalparabel ($y = x^2$). Ihr Scheitelpunkt $S(0 | 2)$ liegt oberhalb der x-Achse.



Beschreibende Statistik

Grundbegriffe

Urliste: ungeordnete Sammlung von statistischen Daten

Rangliste: der Größe nach geordnete Urliste

Strichliste: Hilfsmittel, um die Häufigkeit des Auftretens bestimmter Ereignisse zu ermitteln

Kennwerte einer Liste mit n Werten x_1, x_2, \dots, x_n

Minimum x_{\min} (Min)	Maximum x_{\max} (Max)
kleinster Wert der Datensammlung	größter Wert der Datensammlung
Spannweite d	häufigster Wert m (Modalwert)
Differenz zwischen größtem und kleinstem Wert der Sammlung $d = x_{\max} - x_{\min}$	Dies ist der am häufigsten auftretende Wert. Es kann mehrere geben.
Arithmetisches Mittel	Median (Zentralwert)
Mittelwert \bar{x} der Datenreihe x_1, \dots, x_n berechnet sich aus: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$	In einer der Größe nach geordneten Reihe mit n Daten hat der Median z die Eigenschaft, dass 50% der Werte darüber und 50% der Werte darunter liegen. $z = x_{\frac{n+1}{2}}$ für ungerades n $z = \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$ für gerades n

Quartile	Boxplot
<p>Quartile teilen eine Rangliste in vier Teile.</p> <p>unteres Quartil $q_u = 25\%$ aller Werte sind kleiner oder gleich q_u.</p> <p>= Median der Werte der unteren Datenhälfte</p> <p>Zentralwert z: siehe Median</p> <p>oberes Quartil $q_o = 75\%$ aller Werte sind kleiner oder gleich q_o.</p> <p>= Median der Werte der oberen Datenhälfte</p> <p>Quartilabstand q: Differenz zwischen oberem und unterem Quartil</p> $q = q_o - q_u$	<p>Der Boxplot ist ein Diagramm, mit dem die Verteilung einer Datensammlung dargestellt wird. Die Kennwerte x_{\min}, x_{\max}, q_u, q_o und z bestimmen den Boxplot. In der Box selbst liegen mindestens 50% aller Daten.</p>

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Zufallsversuch

Vorgang, bei dem genau eines von mehreren möglichen Ergebnissen eintritt

Ereignis

Alle Ergebnisse eines Zufallsversuchs, die eine bestimmte Eigenschaft besitzen
 Ein unmögliches Ereignis kann bei keinem Versuch auftreten.
 Ein sicheres Ereignis tritt bei jedem Versuch auf.

Laplace-Versuch

Zufallsversuch, bei dem alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind (z. B. Münzwurf)
 Die Wahrscheinlichkeit P für das Ereignis E berechnet sich aus:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

Gegenereignis

Alle Ergebnisse, die nicht günstig für E sind, ergeben das Gegenereignis \bar{E} .

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

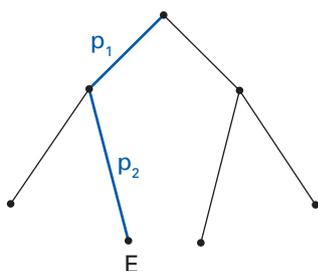
Mehrstufige Zufallsversuche

Solche Zufallsversuche lassen sich in einem Baumdiagramm darstellen. Dabei kann ein Ergebnis als Pfad veranschaulicht werden. Die Wahrscheinlichkeiten lassen sich mithilfe von Produkt- und Summenregel berechnen:

1. Pfadregel (Produktregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines Pfades ergibt sich aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades.

$$P(E) = p_1 \cdot p_2$$



2. Pfadregel (Summenregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines zusammengesetzten Ereignisses ist gleich der Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten.

$$P(E) = P(E_1) + P(E_2) = p_1 \cdot p_2 + q_1 \cdot q_2$$

