

Abschluss2023

Realschule Baden-Württemberg



Mathematik Musterprüfung III

Mathematik

Teil A1

Hinweis: In Teil A1 (10 Punkte) sind alle Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Parabelschablone, Zeichengeräte

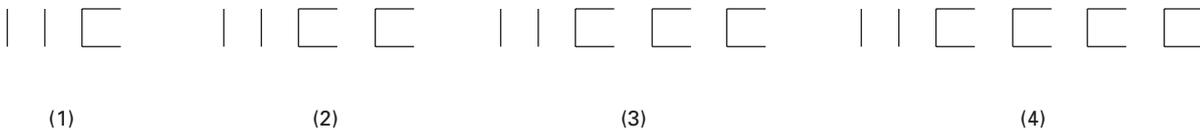
Aufgabe 1

Weisen Sie nach, dass gilt:

$$(144 \cdot 12^4) : (3^6 \cdot 4^6) = 1$$

Aufgabe 2

Leonie malt aus jeweils gleich langen Strichen ein fortlaufendes Strichmuster. Wie viele solcher Striche muss sie für das 16. Muster malen? Begründen Sie Ihre Lösung.



Aufgabe 3

Ein Quader mit quadratischer Grundfläche (Grundkante = 5,0 cm) ist bis zu einer Höhe von 9,0 cm mit Wasser gefüllt und ist damit aber noch nicht randvoll. Das Gesamtvolumen des Quaders beträgt 300 cm³.

- ▶ Berechnen Sie das Volumen des im Quader verbleibenden Hohlraums, der nur Luft enthält.
- ▶ Das Wasser aus dem Quader soll vollständig in einen Würfel umgefüllt werden, der aber nicht überlaufen darf. Die Maßzahl der Kantenlänge des Würfels soll ganzzahlig sein. Ermitteln Sie, wie groß die Kantenlänge des Würfels mindestens sein muss.

Aufgabe 4

Herr Kleber hat für offizielle Anlässe vier schwarze (S) und zwei graue (G) Anzüge sowie ein schwarzes (s), zwei weiße (w) und zwei graue (g) Hemden in seinem Kleiderschrank. Dann kauft er sich ein weiteres Hemd dazu. Wenig später greift er aus Zeitnot ein Hemd und einen Anzug, ohne hinzusehen, aus dem Schrank. Die Wahrscheinlichkeit, dass er dabei Anzug und Hemd in derselben Farbe herauszieht, beträgt $\frac{8}{36}$.

Das zusätzlich gekaufte Hemd ist entweder schwarz, grau oder weiß. Entscheiden Sie, welche Farbe das von Herrn Kleber zusätzlich gekaufte Hemd hat. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

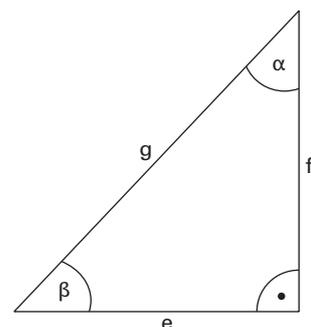
Aufgabe 5

Ergänzen Sie die Lücken für das gegebene Dreieck.

Ankathete von β : _____ Ankathete von α : _____

Gegenkathete von β : _____ Gegenkathete von α : _____

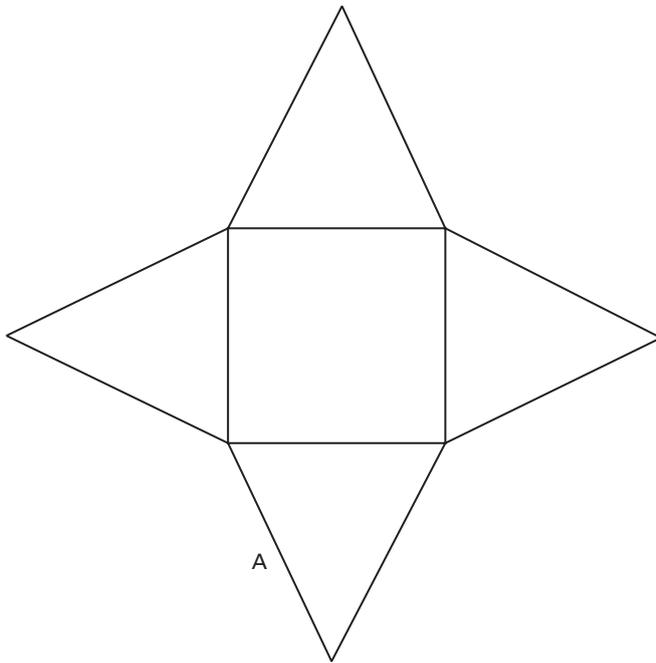
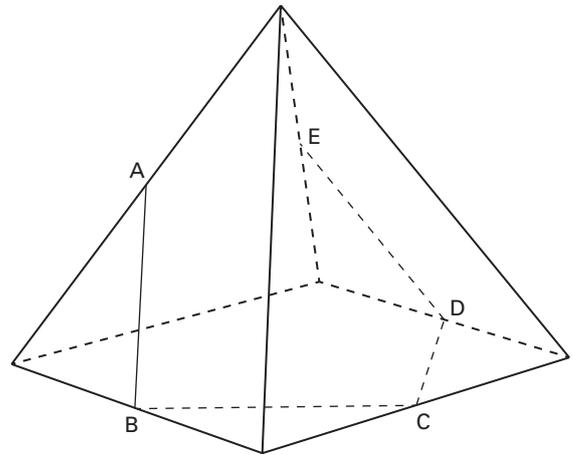
$\sin(\beta) =$ _____ $\tan(\alpha) =$ _____ $\cos(\beta) =$ _____



Aufgabe 6

Gegeben sind das Schrägbild und das Netz einer quadratischen Pyramide. Auf dem Schrägbild befindet sich der Streckenzug ABCDE, der auf der Oberfläche der Pyramide eingezeichnet ist. Die Punkte B, C, D und E halbieren die Strecken, auf denen sie sich jeweils befinden.

Übertragen Sie den Streckenzug ABCDE in das abgebildete Netz der Pyramide.

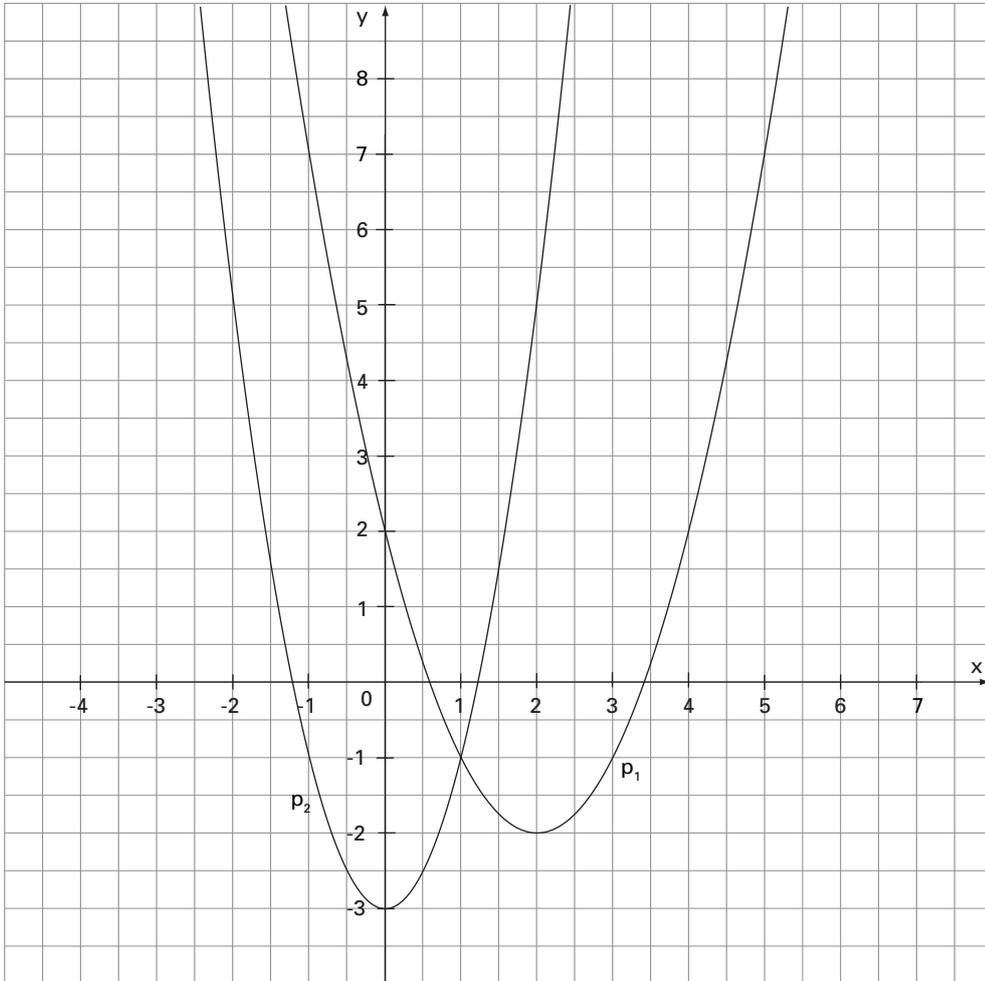


Aufgabe 7

Elias sollte die beiden Parabeln $p_1: y = (x - 2)^2 + 2$ und $p_2: y = 3x^2 - 3$ in das Koordinatensystem zeichnen.

Welche Fehler hat Elias gemacht? Beschreiben Sie diese Fehler.

Erstellen Sie ein korrektes Schaubild, indem Sie die richtige Parabel p_1 mithilfe der Parabelschablone exakt zeichnen und die richtige Parabel p_2 so genau wie möglich skizzieren.



Teil A2

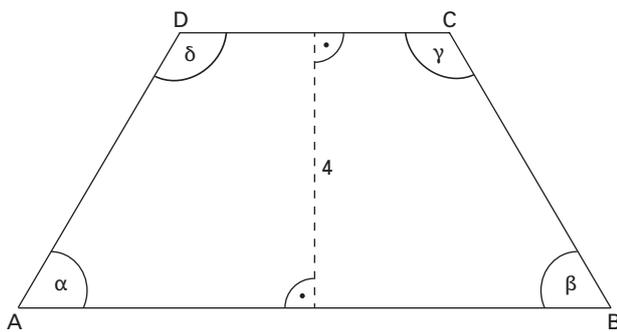
Hinweis: In Teil A2 (20 Punkte) sind alle Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

Von einem gleichschenkligen Trapez ABCD sind folgende Größen bekannt:

- ▶ $\alpha = 63,4^\circ$
- ▶ $\overline{DC} = 4 \text{ cm}$.
- ▶ Der Abstand zwischen den beiden parallelen Seiten \overline{AB} und \overline{DC} beträgt 4 cm.

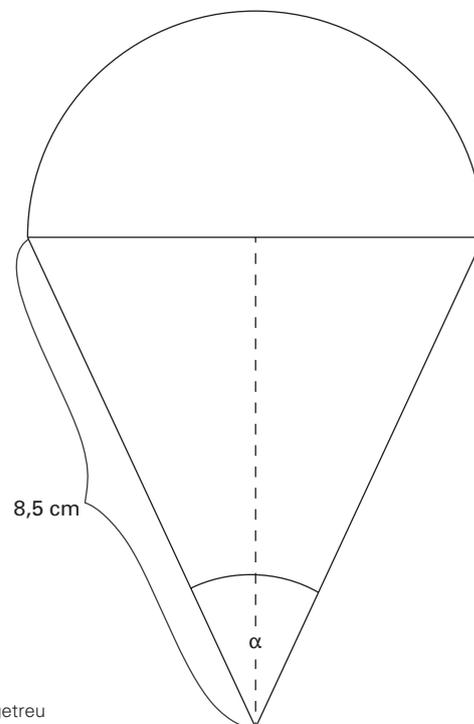


Skizze nicht maßstabsgetreu

Bestimmen Sie alle fehlenden Innenwinkel und Seitenlängen des Trapezes.

Aufgabe 2

Eine kegelförmige Eiswaffel mit den angegebenen Maßen ist innen in der Waffel komplett mit Eis gefüllt. Darüber ist noch eine Halbkugel aus Eis. Der Öffnungswinkel α beträgt 50° .



Zeichnung nicht maßstabsgetreu

- ▶ Wenn die Halbkugel aus Eis komplett mit einem Schokoladenüberzug bedeckt sein würde, wie groß wäre der Flächeninhalt dieses Überzugs?
- ▶ Wie viel Liter Eis kann bei dieser Waffel insgesamt gegessen werden?

Aufgabe 3

Die Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$.

Zeichnen Sie die Parabel p_1 in ein Koordinatensystem mithilfe einer Wertetabelle im Bereich $-4 \leq x \leq 4$.

Eine verschobene Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2 \left(1 \mid -\frac{5}{2} \right)$.

Berechnen Sie die Koordinaten aller Schnittpunkte von p_1 und p_2 .

Aufgabe 4

Die Grafik zeigt die Entwicklung des Gewinns, den eine Einzelhandelskette für Skiausrüstung und Skibekleidung in vier aufeinanderfolgenden Wintersaisons erzielte. Der Wert für die Wintersaison 2015/2016 ist leider nicht mitgedruckt worden. Es ist aber bekannt, dass der prozentuale Wertverlust der Wintersaison 2016/2017 im Vergleich zur Wintersaison 2015/2016 doppelt so hoch war wie die prozentuale Wertsteigerung der Wintersaison 2018/2019 im Vergleich zur Wintersaison 2017/2018.

Berechnen Sie den Wert für die Wintersaison 2015/2016 und zeichnen Sie ihn (näherungsweise) ins Diagramm ein.

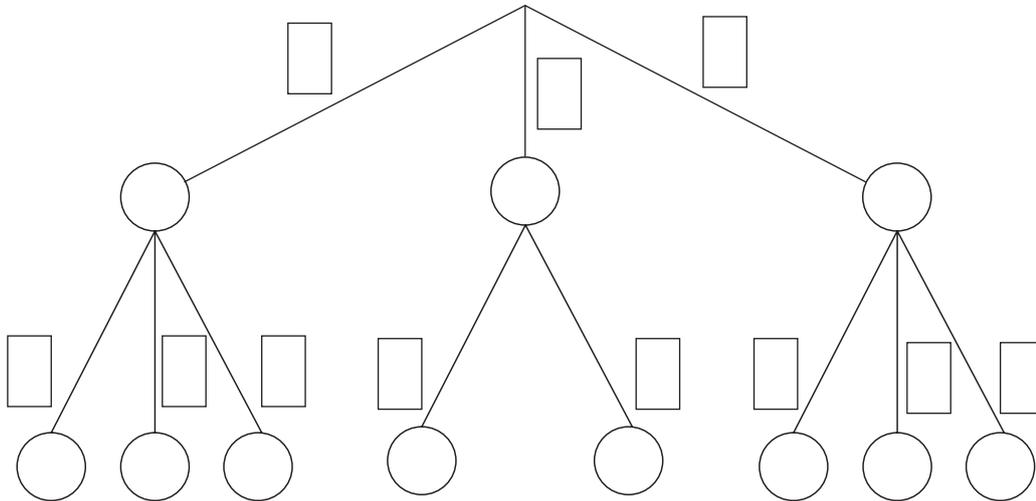
Ermitteln Sie, welchen Zinssatz eine Bank für eine Geldanlage anbieten müsste, damit man den Gewinn der Handelskette aus der Saison 2015/2016 über eine Laufzeit von 3 Jahren mit Zinseszins auf ein Endkapital von 7,98 Mio € steigern könnte.



Aufgabe 5

In einer Geldbörse befinden sich drei 1-€-Stücke, ein 50-Cent-Stück und vier 20-Cent-Stücke. Zwei Geldstücke werden gleichzeitig herausgenommen.

- ▶ Beschriften Sie das Baumdiagramm und ergänzen Sie alle Wahrscheinlichkeiten an den Pfaden.
- ▶ Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Geldbetrag von 1,50 € herausgenommen wird.
- ▶ Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Geldbetrag von mindestens 1 € herausgenommen wird.



Aufgabe 6

In einer 30 km/h-Zone führt die Polizei eine Stunde lang eine Kontrolle mit einem Radargerät durch. Die Geschwindigkeiten aller in dieser Stunde vorbeifahrenden Autos werden von einem Beamten in einer Liste handschriftlich notiert. Am Ende der Kontrolle berechnet der Beamte das arithmetische Mittel \bar{x} aller aufgezeichneten Geschwindigkeiten und notiert auch diesen Wert. Er schickt diese handschriftlichen Daten an die Abteilung für Verkehrsstatistik innerhalb der Polizei. Leider ist ein handschriftlicher Eintrag (in der Liste mit „h“ bezeichnet) nicht mehr lesbar.

29,2	33,7	30,4	35,8	28,7	30,0	30,4	h	38,9	33,1	32,4	41,7	34,6	28,4	37,7	52,8	31,1	32,9	36,7	33,7	39,0
------	------	------	------	------	------	------	----------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

- a) Der Beamte hatte als arithmetisches Mittel den Wert $\bar{x} = 35,0$ km/h ausgerechnet. Berechnen Sie den nicht lesbaren Wert h aus der Liste.
- b) Erstellen Sie zusammen mit dem in a) berechneten Wert für h einen Boxplot zu dieser Datensammlung.
- c) Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.
 - ▶ „Mehr als 75 % aller Autofahrer sind bei dieser Kontrolle zu schnell gefahren.“
 - ▶ „Mehr als die Hälfte aller Autofahrer haben bei dieser Kontrolle die zugelassene Höchstgeschwindigkeit um mindestens 10 % überschritten.“
 - ▶ „Wie das arithmetische Mittel zeigt, sind mindestens die Hälfte aller Autofahrer bei dieser Kontrolle 35,0 km/h oder schneller gefahren.“

Teil B

Hinweis: In Teil B (20 Punkte) sind zwei der drei Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

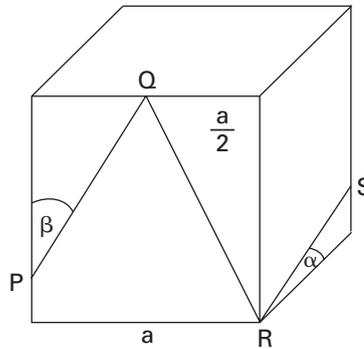
a) In einem Würfel sind gegeben:

$$a = 6,5 \text{ cm}$$

$$\ell = \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} = 20,1 \text{ cm}$$

$$\beta = 35,5^\circ$$

Berechnen Sie \overline{PQ} und α .



b) Ein Barriquefass (ein Eichenfass für die Lagerung von Wein) mit einem Inhalt von 225 Litern hat eine Mantellinie in Form einer Parabel. Das Fass ist 95 cm lang. Der Radius beträgt an den Fassenden 0,25 m und in der Mitte 0,35 m.

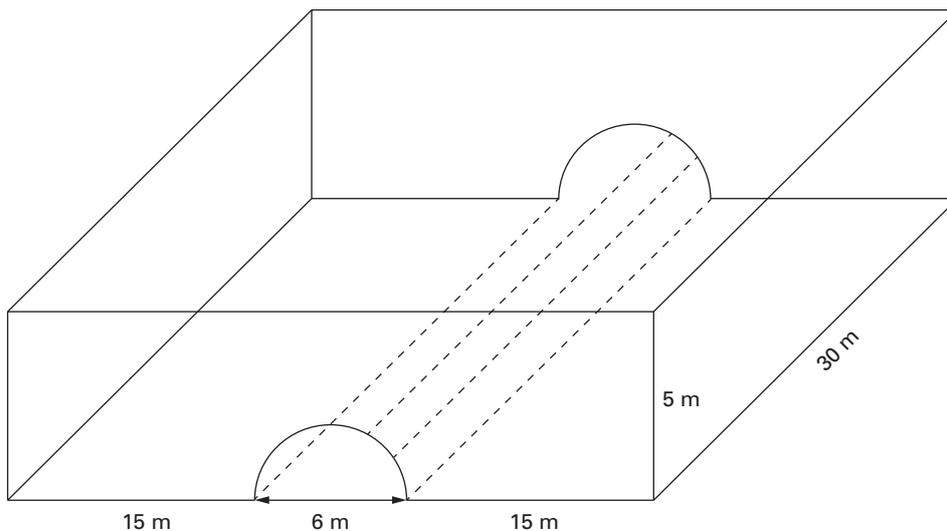


Bildquelle: © koya79 – Fotolia.com

- ▶ Legen Sie das Koordinatensystem so geschickt an, dass Sie den Scheitelpunkt der Parabel direkt ablesen können.
- ▶ Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der oberen Umrisslinie.

Aufgabe 2

- a) In einem Zoo ist ein neues quaderförmiges Riesen-Aquarium gebaut worden, das als besondere Attraktion einen aus Glas bestehenden Tunnel hat. Diesen Tunnel können die Besucher/-innen durchschreiten, um die Meerestiere auch von unten zu bestaunen. Der Tunnel hat im Querschnitt die Form eines Halbkreises. Alle Maße in der Zeichnung sind die Innenmaße des Aquariums, d. h. die Dicke des Glases braucht bei den Berechnungen nicht berücksichtigt zu werden.
- ▶ Vor der Eröffnung des Aquariums werden 4,5 Millionen Liter Wasser hineingepumpt. Berechnen Sie, wie hoch das Wasser im Aquarium danach, vom inneren Boden aus gemessen, steht.
 - ▶ Taucher müssen das Glas der Tunnelwölbung von innen mit einem Spezialgerät reinigen. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Glasfläche, die die Taucher reinigen müssen.



- b) Geben Sie die Funktionsgleichung der abgebildeten Parabel p_1 an.

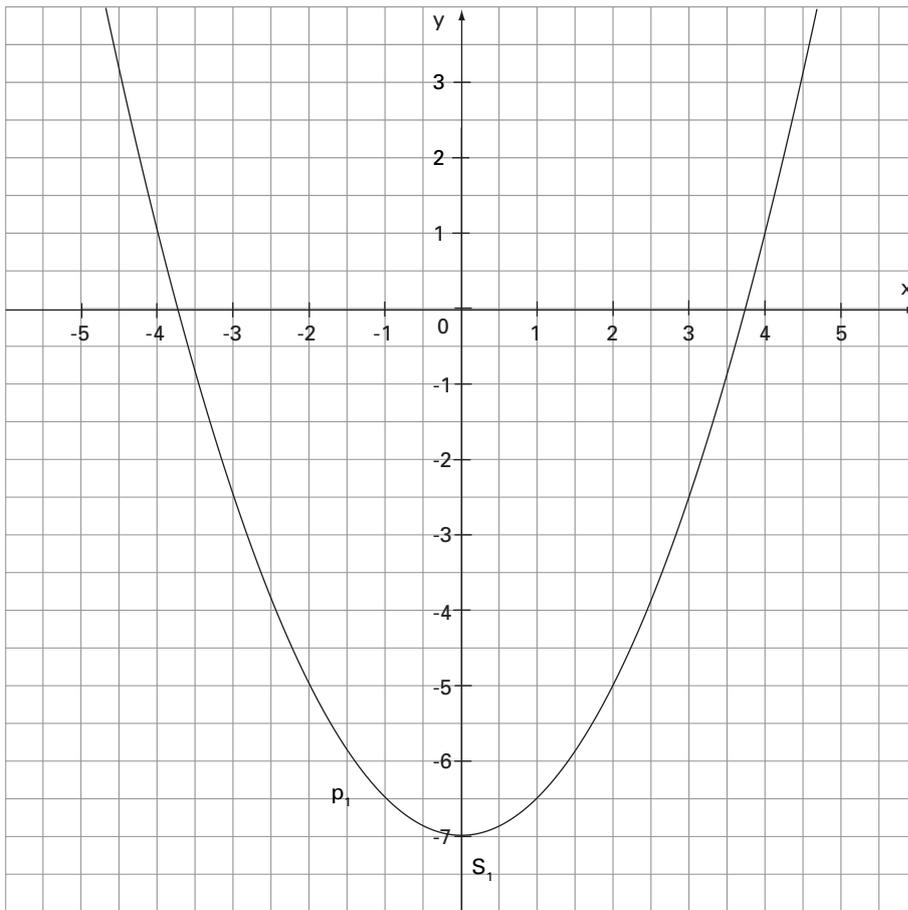
Eine Parabel p_2 mit dem Scheitelpunkt S_2 hat die Funktionsgleichung $y = -0,5x^2 + 2$. Geben Sie die Koordinaten von S_2 an und berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P_1 und Q_1 von p_1 und p_2 .

Erstellen Sie eine Wertetabelle für p_2 im Bereich $-4 \leq x \leq 4$ und zeichnen Sie p_2 anschließend in das Koordinatensystem ein.

Die Punkte P_1 , S_1 , Q_1 und S_2 bilden ein Viereck. Begründen Sie, dass das Viereck zwar eine Raute, aber kein Quadrat ist. Berechnen Sie den Umfang des Vierecks.

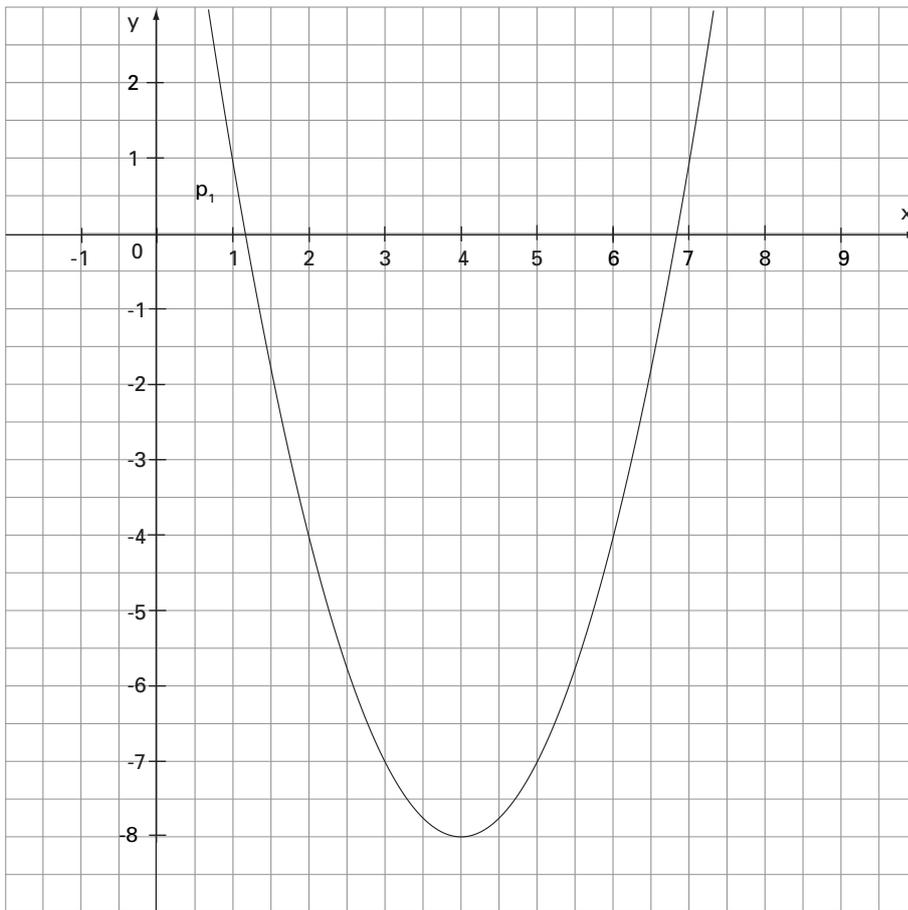
Die Parabeln p_1 und p_2 sollen durch eine Veränderung der beiden Streckfaktoren breiter gemacht werden, sodass die beiden unveränderten Scheitelpunkte S_1 und S_2 zusammen mit den neuen Schnittpunkten P_2 und Q_2 der neu entstandenen Parabeln ein Quadrat bilden. Ermitteln Sie die Koordinaten dieser neuen Schnittpunkte P_2 und Q_2 .

(Tipp: Die Berechnung der Streckfaktoren ist zur Lösung dieser Aufgabe nicht erforderlich.)



Aufgabe 3

a) Lesen Sie die Gleichung der verschobenen Normalparabel p_1 in Scheitelform ab.



Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von p_1 und einer weiteren Parabel p_2 mit der Gleichung $y = \frac{1}{9}x^2 - 8$.

Skizzieren Sie anschließend p_2 in das Koordinatensystem.

Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g , die durch die beiden Schnittpunkte von p_1 und p_2 geht. Zeichnen Sie anschließend g ein.

Die Gerade g schließt mit den beiden Koordinatenachsen eine Fläche ein. Markieren Sie diese Fläche in der Grafik und berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

b) Bei einem Schulfest soll der Erlös für einen guten Zweck gespendet werden. Eine Schülergruppe betreibt eine Losbude, bei der insgesamt 500 Lose zu verkaufen sind. Unter den Losen befinden sich 10 mit einem 20 €-Gewinn, 20 mit einem 10 €-Gewinn und 30 mit einem 5 €-Gewinn.

Von den restlichen Losen sollen 25 % einen Gewinn haben, der gleich dem Lospreis ist. Alle anderen Lose sind Nieten.

Die Schüler/-innen gehen davon aus, dass alle 500 Lose verkauft werden, und wollen damit insgesamt einen Reinerlös von 600 € erzielen. Berechnen Sie, welchen Lospreis die Schülergruppe festlegen muss.

Bearbeitungstipps

Teil A1

1. Berücksichtigen Sie die Potenzgesetze. Beachten Sie die generellen Vorfahrtsregeln beim Vereinfachen von Termen: Potenzrechnung vor Klammern; Klammern vor Punktrechnung; Punktrechnung vor Strichrechnung.
2. Finden Sie eine Gesetzmäßigkeit: Aus wie vielen Einzelobjekten (hier: gleich langen Strichen) besteht das erste Muster? Wie viele dieser Objekte kommen vom ersten zum zweiten Muster, vom zweiten zum dritten Muster usw. jeweils hinzu?
3. Für die erste Teilaufgabe sollten Sie beachten, dass der Quader zu einem gewissen Teil mit Wasser und zu einem gewissen (Rest-)Teil mit Luft gefüllt ist. Für die zweite Teilaufgabe benötigen Sie die Formel für das Volumen eines Würfels. Überlegen Sie, was es für das Volumen des Würfels im Vergleich zum Volumen des sich im Quader befindenden Wassers bedeutet, dass der Würfel beim Umfüllen des Wassers nicht überlaufen darf. Die Lösung können Sie dann z. B. durch systematisches Probieren ermitteln.
4. Beachten Sie, dass sich die gegebene Wahrscheinlichkeit $P(\text{„Hemd und Anzug in derselben Farbe“}) = \frac{8}{36}$ auf ein Zufallsexperiment bezieht, bei dem das zusätzliche Hemd bereits im Schrank liegt. Da nicht bekannt ist, welche Farbe dieses zusätzliche Hemd hat, ist es notwendig, für jeden möglichen Fall (das zusätzliche Hemd ist weiß, grau oder schwarz) einzeln die Wahrscheinlichkeit $P(\text{„Hemd und Anzug in derselben Farbe“})$ zu berechnen, um diesen Wert jeweils mit der in der Aufgabenstellung gegebenen Wahrscheinlichkeit zu vergleichen.
5. Beachten Sie, dass die Begriffe „Ankathete“ und „Gegenkathete“ immer aus der Perspektive des zugehörigen Winkels zu verstehen sind. Deshalb müssen Sie die konkreten Bezeichnungen für die Seiten und Winkel des Dreiecks in der gegebenen Grafik berücksichtigen.
6. Orientieren Sie sich an der blauen Bodenfläche, um sich vorzustellen, welche der Flächen der Pyramide im Schrägbild jeweils welcher Fläche im Netz entspricht. Weil die Pyramide zur Herstellung des Netzes entlang einiger Kanten aufgeschnitten werden müsste, tragen Sie die inneren Punkte (aber nicht Anfangs- und Endpunkt) des Streckzugs, die auf diesen „Schneidekanten“ liegen, im Netz jeweils an zwei verschiedenen Stellen ein.
7. Prüfen Sie folgende Bereiche: Öffnung der Parabel (nach oben/nach unten), Verschiebung der Parabel (nach oben/unten sowie nach links/rechts) und Streckung der Parabel (mit einem Streckfaktor a) in Bezug auf die Normalparabel.

Teil A2

1. Zur Berechnung der fehlenden Innenwinkel beachten Sie die Eigenschaft, die die Innenwinkel jedes gleichschenkligen Trapezes haben, sowie den Winkelsummensatz für Vierecke. Der Abstand der beiden parallelen Seiten im Trapez ist auch die Höhe des Trapezes. Zeichnen Sie diese Höhe jeweils links und rechts innerhalb des Trapezes so ein, dass zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke entstehen. In einem dieser rechtwinkligen Dreiecke können Sie mithilfe trigonometrischer Berechnungen sowie mithilfe des Satzes des Pythagoras alle für die Berechnung der drei fehlenden Seitenlängen benötigten Strecken ermitteln.
2. Beachten Sie, dass das Dreieck (Querschnitt des Kegels) gleichschenklilig ist. Was bedeutet das für den Winkel α und die gestrichelte Linie? Den Radius der Halbkugel (der gleichzeitig der Radius des Kegels ist) kann mithilfe einer trigonometrischen Berechnung ermittelt werden. Dann können Sie mithilfe der entsprechenden Formel den Oberflächeninhalt der Halbkugel berechnen. Die Höhe des Kegels kann mit einer trigonometrischen Berechnung bestimmt werden. Damit sind alle Größen bekannt, die zur Berechnung des Gesamtvolumens von Kegel und Halbkugel benötigt werden. Zum Schluss müssen Sie dieses Gesamtvolumen noch in die Maßeinheit Liter umwandeln.
3. Die Wertetabelle liefert Ihnen die Koordinaten von genügend Punkten der Parabel p_1 , um diese einzeichnen zu können. Die Parabelschablone können Sie leider nicht verwenden, da p_1 breiter ist als die Normalparabel. Da der Scheitel von p_2 gegeben ist, können Sie deren Gleichung in Scheitelform aufstellen. Um die Schnittpunkte von p_1 und p_2 zu berechnen, müssen Sie die beiden Funktionsgleichungen gleichsetzen und die daraus entstehende quadratische Gleichung mit einer geeigneten Methode lösen. Die dadurch gefundenen x -Werte müssen Sie noch in eine der beiden Ausgangsgleichungen einsetzen, um die entsprechenden y -Koordinaten der Schnittpunkte zu ermitteln.
4. Berechnen Sie zuerst den prozentualen Wertzuwachs von der Saison 2017/18 bis zur Saison 2018/19. Dieser Prozentsatz entspricht der Hälfte des Wertverlustes von der Saison 2015/16 bis zur Saison 2016/17, also ist dieser prozentuale Wertverlust das Doppelte des zuvor ausgerechneten prozentualen Wertzuwachses. Verwenden Sie weiter entweder die Grundformel der Prozentrechnung $W = G \cdot p \%$ oder die Methode des Dreisatzes. Für die zweite Teilaufgabe benötigen Sie die Zinseszinsformel $K_n = K_0 \cdot q^n$.

Bearbeitungstipps

5. Beachten Sie, dass bei einem Baumdiagramm die Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten eines Knotens immer 1 ergibt und dass es sich um ein zweistufiges Zufallsexperiment ohne Zurücklegen handelt, da die beiden Geldstücke gleichzeitig herausgenommen werden. Zur Berechnung der beiden Wahrscheinlichkeiten für die gesuchten Ereignisse markieren Sie die entsprechenden Pfade im Baumdiagramm farblich.
6. Zur Ermittlung des gesuchten Wertes für h sollten Sie den Term für das arithmetische Mittel mit der üblichen Formel berechnen. Dieser Term enthält dann auch die Variable h . Wenn Sie diesen Term mit dem gegebenen Wert für das arithmetische Mittel gleichsetzen, können Sie h in der sich ergebenden Gleichung berechnen. Bei der Einschätzung, ob die drei gegebenen Aussagen wahr oder falsch sind, sollten Sie sich am gegebenen Datensatz (einschließlich des zuvor berechneten Wertes für h) orientieren. Dabei ist die Anfertigung einer Rangliste hilfreich.

Teil B

1. a) Die Strecke \overline{PQ} kann mithilfe einer trigonometrischen Berechnung ermittelt werden. Berechnen Sie die Länge der Strecke \overline{QR} mithilfe des Satzes von Pythagoras. Nutzen Sie anschließend die in der Aufgabenstellung gegebene Länge des Streckenzuges l aus, um damit \overline{RS} zu berechnen. Nun können Sie den Winkel α mithilfe einer trigonometrischen Berechnung bestimmen.
 - b) Stellen Sie sich vor, dass das Fass so wie das linke der beiden abgebildeten Fässer auf der gewölbten Mantellinie liegt. Die x -Achse verläuft nun durch die Mittelpunkte der beiden Grundkreise des Fasses. Die y -Achse verläuft durch den höchsten Punkt der gewölbten Mantellinie. Nun kann der Scheitelpunkt der Parabel mithilfe der in der Aufgabe angegebenen Streckenlängen direkt abgelesen werden. Zur Bestimmung der Funktionsgleichung der Parabel nutzen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes und eines weiteren abzulesenden Punktes der Parabel, die Sie am äußersten Rand der Mantellinie ablesen können.
2. a) Beachten Sie, dass sich das Gesamtvolumen des Aquariums aus der Differenz der Volumen zweier Körper (welcher?) ergibt. Da das Aquarium nicht randvoll mit Wasser gefüllt ist, sollte man für die tatsächliche Wasserhöhe im Aquarium eine Variable (z. B. x) einführen. Wenn man nun die oben erwähnte Differenz der Volumen beachtet, kann man eine Gleichung aufstellen und diese nach der Variablen x auflösen. Dabei müssen Sie aber vorher das in Litern gegebene Wasservolumen in m^3 verwandeln. Für die Lösung der zweiten Teilaufgabe sollten Sie sich klarmachen, welcher bekannten Körperoberfläche die Glasfläche der inneren Tunnelwölbung entspricht. Mit der entsprechenden Formel können Sie nun den gesuchten Oberflächeninhalt berechnen.
 - b) Der Ansatz für die Gleichung von p_1 lautet: $y = ax^2 + c$. Den Wert für c können Sie direkt aus dem Graphen ablesen. Lesen Sie die Koordinaten eines anderen geeigneten Punktes von p_1 ab und führen Sie damit eine Punktprobe durch, um den Wert von a zu ermitteln. (Alternativ können Sie auch ablesen, wie groß die Differenz der y -Koordinaten der Punkte $(0 \mid y_1)$ und $(1 \mid y_2)$ ist. Diese Differenz ist der Wert für a in der Funktionsgleichung.) Die Schnittpunkte von p_1 und p_2 erhält man durch Gleichsetzen der beiden Parabelgleichungen und anschließendes Lösen dieser quadratischen Gleichung. Die gefundenen x -Werte müssen in eine der Parabelgleichungen eingesetzt werden, um die y -Koordinaten der Schnittpunkte zu bestimmen.

Bei der Begründung, dass das Viereck $P_1S_1Q_1S_2$ eine Raute ist, hilft der Begriff „Symmetrie“. Beachten Sie, dass in einer Raute alle vier Seiten gleich lang sind. Alternativ kann zur Begründung auch der Satz des Pythagoras verwendet werden. Untersuchen Sie ggf. die Diagonalen der Raute. Um die Koordinaten der (neuen) Schnittpunkte der „verbreiterten“ Parabeln zu bestimmen, beachten Sie, dass sich die beiden Scheitelpunkte der Parabeln durch neue Streckfaktoren nicht verändern. Wie lang müssen beide Diagonalen sein, damit ein Quadrat entsteht? Überlegen Sie, was diese Diagonalenlänge für die Koordinaten der beiden (neuen) Schnittpunkte bedeutet.

3. a) Die Koordinaten des Scheitels S_1 können abgelesen werden. Damit ergibt sich direkt die Scheitelform der Gleichung von p_1 . Die Schnittpunkte von p_1 und p_2 erhält man durch Gleichsetzen der beiden Parabelgleichungen und anschließendes Lösen dieser quadratischen Gleichung. Die gefundenen x -Werte müssen noch in eine der Parabelgleichungen eingesetzt werden, um die y -Koordinaten der Schnittpunkte zu bestimmen. Beachten Sie, dass Sie p_2 lediglich skizzieren sollen. Die beiden zuvor bestimmten Schnittpunkte der beiden Parabeln sowie der aus der Gleichung abzulesende Scheitel von p_2 sollten aber präzise auf Ihrer Skizze von p_2 liegen. Um die Gleichung der Geraden g zu bestimmen, verwenden Sie die Koordinaten der beiden Punkte zunächst dazu, die Steigung der Geraden zu berechnen. Dann können Sie den y -Achsenabschnitt von g mit einer Punktprobe ermitteln. Um den Inhalt der eingeschlossenen Fläche zu berechnen, hilft es, g in das Koordinatensystem einzuzichnen. Die benötigten Streckenlängen für die Berechnung des gesuchten Flächeninhalts können aus der Grafik abgelesen werden.

Bearbeitungstipps

- b) Ermitteln Sie durch Subtraktion, wie viele Lose einen Gewinn enthalten, der gleich dem zu ermittelnden Lospreis ist. Danach können Sie den Prozentwert für 25 % mit der Prozentformel oder mit dem Dreisatz bestimmen. Dieser Prozentwert ist die Anzahl an Losen, die x € Gewinn enthalten. Im Anschluss lässt sich auch die Anzahl an Nieten (= 0 €) unter den 500 Losen berechnen. Nun können Sie alle Wahrscheinlichkeiten für die fünf verschiedenen Gewinnkategorien (20 €; 10 €; 5 €; x €; 0 €) berechnen. Um den (durchschnittlichen) Reingewinn der Schüler für ein Los zu bestimmen, müssen Sie beachten, dass der gesamte Reingewinn 600 € für 500 verkaufte Lose betragen soll. Durch eine geeignete Division können Sie damit den (durchschnittlichen) Reingewinn für ein Los errechnen. Beachten Sie, dass dieser Reingewinn dem (negativen!) Erwartungswert entspricht. Stellen Sie nun mit der bekannten Formel für den Erwartungswert einen Term auf. Dieser Term enthält auch die Variable x (= gesuchter Lospreis). Wenn Sie diesen Term mit dem zuvor bestimmten Erwartungswert gleichsetzen, erhalten Sie eine Gleichung, die Sie nach x auflösen können.