Abschluss2023

Realschule Baden-Württemberg

Mathematik Musterprüfung V

Mathematik

Aufgabe 4

Alle Kugeln tragen eine Aufschrift, aber bei einer der Kugeln ist die Aufschrift verdeckt. Aus der Schale wird nun zunächst eine Kugel gezogen und nicht zurückgelegt. Wenn diese Kugel die Aufschrift „Try again“ trägt, wird noch eine zweite Kugel gezogen, ansonsten wird nicht noch einmal gezogen. Ermitteln Sie, welche der drei möglichen Aufschriften „Winner“, „Loser“ oder „Try again“ die verdeckte Kugel trägt, wenn die folgende Wahrscheinlichkeit gilt:

$$P(\text{„Winner“ im zweiten Zug}) = \frac{2}{21}$$

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe 5

Um jeweils Paare gleich großer Sinuswerte zu finden, verwendet man oft folgende Umrechnungsformeln:

Formel 1: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$

Formel 2: $\sin(180^\circ + \alpha) = \sin(360^\circ - \alpha)$

Verbinden Sie Kästen mit gleich großen Sinuswerten und schreiben Sie an die Verbindungslinie die Nummer der dafür verwendeten Formel.

Geben Sie für alle drei gleich großen Paare von Sinuswerten an, ob diese positiv oder negativ sind.

Aufgabe 6

Gegeben ist eine Gerade g sowie ein Punkt C , der nicht auf g liegt. Konstruieren Sie ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck ABC , wobei der rechte Winkel bei C und die (noch zu findenden) Punkte A und B auf g liegen sollen. Beschreiben Sie kurz Ihre Konstruktionsschritte.

_____ g

Aufgabe 7

Abgebildet sind die Parabeln p_1 , p_2 , p_3 und p_4 . Die Funktionsgleichung von p_1 ist $y = 2x^2 - 3$.

Beschreiben Sie, durch welche

- ▶ Spiegelung (an ...),
- ▶ Verschiebung (um ... Einheiten nach ...)
- ▶ Streckung (mit dem Faktor ...)

jeweils p_2 aus p_1 , p_3 aus p_2 und p_4 aus p_3 hervorgeht.

Ergänzen Sie dafür die folgenden Sätze richtig.

1. Die Parabel p_2 geht aus p_1 durch eine _____
_____ hervor.
2. Die Parabel p_3 geht aus p_2 durch eine _____
_____ hervor.
3. Die Parabel p_4 geht aus p_3 durch eine _____
_____ hervor.

Geben Sie die Funktionsgleichungen der Parabeln p_2 , p_3 und p_4 an.

Teil A2

Hinweis: In Teil A2 (20 Punkte) sind alle Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

Im Drachenviereck ABCD gilt:
 $\overline{MB} = 6 \text{ cm}$ und $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ (siehe Skizze)

- ▶ Berechnen Sie $\overline{AB}$.
- ▶ Berechnen Sie $\overline{AC}$.
- ▶ Berechnen Sie den Flächeninhalt.

Aufgabe 2

Aus einem Zylinder werden zwei gleich große Kegel herausgefräst (siehe Skizze).

Skizze nicht maßstabsgetreu

- ▶ Berechnen Sie das Volumen des beim Herausfräsen entstehenden Abfalls.
- ▶ Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des Doppelkegels.

Aufgabe 3

Abgebildet ist die Parabel $p_1: y = 2x^2 - 3$. Zeichnen Sie mit der Parabelschablone die Parabeln $p_2: y = x^2 - 1$ und $p_3: y = -x^2 - 4$ in dieses Koordinatensystem ein.

Beschreiben Sie für die Parabeln p_1 , p_2 und p_3 jeweils die Öffnung, die Form im Vergleich zur Normalparabel und die Lage des Scheitelpunktes (oberhalb oder unterhalb der x-Achse).

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von p_1 und p_2 .

Aufgabe 4

Ein Kapital von 120 000 € wird mit Zinseszins angelegt. Am Ende des dritten Jahres beträgt das Guthaben 124 003,72 €.

- ▶ Berechnen Sie den Zinssatz dieser Geldanlage.
- ▶ Nach wie vielen Jahren würde das Anfangskapital von 120 000 € bei dem gleichen Zinssatz erstmals den Betrag von 130 000 € übersteigen?

Aufgabe 5

Zunächst wird eine Kugel aus Behälter 1 gezogen, danach eine Kugel aus Behälter 2. Erstellen Sie ein vollständiges Baumdiagramm, das diesen Zufallsversuch beschreibt. Berechnen Sie anschließend die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleiche Buchstaben gezogen werden.

Nun werden die Kugeln aus beiden Behältern 1 und 2 in einem weiteren Behälter 3 (B3) zusammengelegt. Dann werden gleichzeitig zwei Kugeln aus B3 gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden gezogenen Kugeln unterschiedliche Buchstaben haben.

Aufgabe 6

In der aus 18 Mannschaften bestehenden Fußball-Bundesliga der Herren werden an jedem Spieltag 9 Begegnungen ausgetragen. Patrick führt aus Begeisterung für die Bundesliga an jedem Spieltag eigene Statistiken zu verschiedenen Themen. Für die ersten beiden Spieltage stellt er über die insgesamt 18 Begegnungen zum Thema „In wie vielen Begegnungen wurden wie viele Tore erzielt?“ die folgende Tabelle mit absoluten Häufigkeiten zusammen.

Anzahl der erzielten Tore	0	1	2	3	4	5	7	9
Anzahl der Begegnungen	1	5	3	4	2	1	1	1

Geben Sie die Kennwerte (Minimum, unteres Quartil q_1 , Zentralwert z , oberes Quartil q_3 und Maximum) an und erstellen Sie damit einen Boxplot, der zur obigen Häufigkeitsverteilung der erzielten Tore gehört.

Für die nächsten beiden Spieltage (Spieltage 3 und 4) mit wiederum insgesamt 18 Begegnungen erstellt Patrick zu demselben Thema „In wie vielen Begegnungen wurden wie viele Tore erzielt?“ den folgenden Boxplot.

Kreuzen Sie in der Tabelle die richtigen Antworten für die Spieltage 3 und 4 an.

	Wahr	Falsch	Nicht entscheidbar
An dem Boxplot kann man nicht ablesen, ob es unter den 18 Begegnungen auch torlose (also mit dem Endstand 0:0) gab.			
Im Durchschnitt wurden in den 18 Begegnungen vier Tore erzielt.			
In 6 der 18 Begegnungen wurde die maximale Anzahl an Toren erzielt.			
In mindestens einem Viertel der 18 Begegnungen wurden entweder 5 oder 6 Tore erzielt.			

Teil B

Hinweis: In Teil B (20 Punkte) sind zwei der drei Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

- a) Von einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide sind gegeben:
 $M = 160 \text{ cm}^2$ (Mantel)
 $h_s = 10,2 \text{ cm}$ (Höhe der Seitenfläche)
Berechnen Sie das Volumen.

- b) Ein im Querschnitt parabelförmiger Kanal ist an seiner tiefsten Stelle 7,5 m tief. Er ist insgesamt 25 m breit.

Skizze nicht maßstabsgetreu

Berechnen Sie eine mögliche Funktionsgleichung der zugehörigen Parabel.

Um den Kanal für breitere Schiffe zugänglich zu machen, wird er verbreitert. Dabei wird aber die tiefste Stelle des Kanals beibehalten. Für den erweiterten parabelförmigen Kanal gilt die Funktionsgleichung $y = 0,03x^2 + c$ ($c < 0$).

Geben Sie den Wert für c an und berechnen Sie anschließend, wie breit der erweiterte Kanal ist.

Aufgabe 2

- a) Eine Kugel mit dem Radius $r = 6$ cm soll in einem möglichst kleinen Zylinder verpackt werden.

- ▶ Zeigen Sie rechnerisch, dass das Volumen der Kugel $904,78 \text{ cm}^3$ beträgt.
- ▶ Berechnen Sie, wie viel Prozent des Raumes im Zylinder leer bleiben.
- ▶ Bevor die Kugel verpackt wird, werden sowohl die Kugel als auch die Zylinderoberfläche komplett mit Lack überzogen. Berechnen Sie den Inhalt der Gesamtfläche, die lackiert werden muss.

- b) Die Grafik zeigt die Parabel $p_1: y = x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{65}{16}$.

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x -Achse (N_1 hat eine kleinere x -Koordinate als N_2). Bestimmen Sie anschließend die Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 von p_1 .

Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden g , die durch die Punkte N_2 und S_1 geht. Zeichnen Sie g in das Koordinatensystem.

Beschriften Sie den Schnittpunkt von g und der y -Achse mit Q und geben Sie die Koordinaten von Q an. Ergänzen Sie anschließend einen Punkt P in der Grafik so, dass die Punkte P , Q , N_2 und N_1 ein Parallelogramm ergeben. Geben Sie die Koordinaten dieses Punktes P an. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms PQN_2N_1 .

Eine verschobene Normalparabel p_2 verläuft durch die Punkte P und Q . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von p_2 in Scheitelform.

Aufgabe 3

a) Die abgebildete Parabel p_1 ist eine verschobene Normalparabel. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in Scheitelform und geben Sie den Scheitelpunkt S_1 von p_1 an.

Lesen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte A und B von p_1 mit der x-Achse ab. Überprüfen Sie die Ergebnisse rechnerisch.

Eine weitere Parabel p_2 entsteht aus der Parabel p_1 durch Verschiebung um 4 Einheiten nach rechts. Bestimmen Sie die Gleichung von p_2 in Scheitelform und geben Sie den Scheitelpunkt S_2 von p_2 an. Zeichnen Sie p_2 in das Koordinatensystem.

Die bereits bestimmten Schnittpunkte A und B von p_1 mit der x-Achse bilden zusammen mit den beiden Scheitelpunkten S_1 und S_2 ein Viereck. Markieren Sie das Viereck in der Grafik. Begründen Sie, um welches besondere Viereck es sich handelt. Berechnen Sie den Umfang dieses Vierecks.

b) Für ein Glücksspiel werden zwei normale Spielwürfel verwendet.

Die beiden Würfel werden gleichzeitig geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse „Pasch (= zwei gleiche Augenzahlen)“ und „Die Augensumme ist genau 7“.

Der Spieleinsatz beträgt 3,50 €. Berechnen Sie den Erwartungswert für den angegebenen Gewinnplan.

Ereignis	Pasch	Augensumme ist genau 7	Restliche Ereignisse
Gewinn	9,00 €	9,00 €	Kein Gewinn

Das Spiel soll nun fair werden. Berechnen Sie, wie hoch dazu die Gewinne für die Ereignisse „Pasch“ und „Augensumme ist genau 7“ sein müssen. Dabei sollen die Gewinne für „Pasch“ und „Augensumme ist genau 7“ gleich hoch sein. Außerdem sollen der Spieleinsatz und der Gewinn für „Restliche Ereignisse“ unverändert bleiben.

Bearbeitungstipps

Teil A1

1. Berücksichtigen Sie alle Wurzelgesetze. Auch teilweises Wurzelziehen ist hierbei erforderlich.
2. Finden Sie eine Gesetzmäßigkeit: Aus wie vielen Einzelobjekten (hier: Rechtecken) besteht das erste Muster? Wie viele dieser Objekte kommen vom ersten zum zweiten Muster, vom zweiten zum dritten Muster usw. jeweils hinzu?
3. Für die erste Teilaufgabe benötigen Sie die Formel für das Volumen einer Pyramide aus der Formelsammlung. Beachten Sie bei der zweiten Teilaufgabe, dass Sie die Grundflächenkantenlänge eines der drei Quader berechnen sollen. Sie sollten also alle folgenden Größen für nur eines dieser (gleich großen) Quader bestimmen: Wasservolumen, „Rauminhalt“ der Luft, Gesamtvolumen, Kantenlänge der quadratischen Grundfläche. Zur Berechnung der Kantenlänge der Grundfläche müssen Sie eine Gleichung mit einer Variablen aufstellen und diese Gleichung anschließend lösen.
4. Sie können der gegebenen Wahrscheinlichkeit P („Winner“ im zweiten Zug) zwei Informationen entnehmen: (1) den konkreten Zahlenwert dieser Wahrscheinlichkeit und (2) die Tatsache, dass zwei Mal gezogen wurde. Was bedeutet die letztere Information für den Ausgang des ersten Zugs? Die Aufschrift der verdeckten Kugel ist nicht bekannt, sie ist aber in die Berechnung der gegebenen Wahrscheinlichkeit P („Winner“ im zweiten Zug) miteingeflossen. Deshalb ist es notwendig, für jede mögliche Aufschrift („Winner“, „Loser“ oder „Try again“) einzeln die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, um diese Werte jeweils mit der in der Aufgabenstellung gegebenen Wahrscheinlichkeit zu vergleichen.
5. Wenden Sie für die erste Teilaufgabe die genannten Formeln an. Bei der zweiten Teilaufgabe ist es z. B. hilfreich, die Sinuskurve mit den exakten Werten für 0° , 90° , 180° , 270° und 360° zu skizzieren. Daraus lässt sich erkennen, für welche Winkelintervalle die Sinusfunktion positive bzw. negative Funktionswerte annimmt.
6. Hier hilft Ihnen der Thalesatz. Beachten Sie, dass der Punkt C auf dem zu zeichnenden Thaleskreis eine ganz besondere Lage hat, damit das gesuchte Dreieck nicht nur rechtwinklig, sondern auch gleichschenkelig ist.
7. Bei allen vier Parabeln handelt es sich offensichtlich um solche mit Funktionsgleichungen der Art $y = ax^2 + c$. Beachten Sie, welche Bedeutung a und c in dieser Funktionsgleichung jeweils für die Öffnung (ggf. Spiegelung), Form (ggf. Streckung) und Lage (ggf. Verschiebung) der zugehörigen Parabel haben.

Teil A2

1. Die Strecke $\overline{AB}$ können Sie mithilfe einer trigonometrischen Berechnung ermitteln. Der Punkt M teilt die Strecke $\overline{AC}$ in zwei Teilstrecken auf. Die Länge einer dieser Teilstrecken kann aus dem Dreieck MBC bestimmt werden. (Um welches besondere Dreieck handelt es sich bei MBC?) Die andere Teilstrecke kann mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnet werden. Damit sind alle Werte bestimmt, die für die Berechnung des Flächeninhalts dieses Drachenvierecks benötigt werden.
2. Beachten Sie, dass das Volumen des Doppelkegels und das Volumen des Abfalls zusammen das Volumen des Zylinders ergeben. Da der Doppelkegel aus zwei gleich großen Kegeln besteht, ist auch sein Volumen doppelt so groß wie das Volumen einer der beiden Kegel. Bei der Berechnung des Oberflächeninhalts werden in der zugehörigen Formel (Formelsammlung!) zwei Größen benötigt, von denen eine zunächst mithilfe des Satzes von Pythagoras ermittelt werden muss.
3. Die drei Parabeln haben alle Funktionsgleichungen der Art $y = ax^2 + c$. Überlegen Sie, welche Bedeutung die Werte von a und c jeweils für die Öffnung (oben/unten), die Form (Streckung mit einem Faktor) und die Lage des Scheitelpunkts einer Parabel haben. Um die Schnittpunkte von p_1 und p_2 zu bestimmen, müssen Sie die beiden Funktionsgleichungen gleichsetzen und die daraus entstehende quadratische Gleichung mit einer geeigneten Methode lösen. Die dadurch gefundenen x -Werte müssen Sie anschließend noch in eine der beiden Ausgangsgleichungen einsetzen, um die entsprechenden y -Koordinaten der Schnittpunkte zu ermitteln.
4. Zur Berechnung des Zinssatzes p benötigen Sie die Zinseszinsformel $K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, die Sie nach p umformen müssen. Bei der zweiten Teilaufgabe hilft systematisches Probieren mit verschiedenen Werten von n in der Zinseszinsformel.
5. Beachten Sie, dass bei einem Baumdiagramm die Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten eines Knotens immer 1 ergibt. Außerdem sollten Sie beachten, dass es sich um ein zweistufiges Zufallsexperiment handelt, wobei die beiden Stufen dem Ziehen aus den Behältern 1 bzw. 2 entsprechen. Bei der zweiten Teilaufgabe kann es hilfreich sein, ein Baumdiagramm für diesen Zufallsversuch anzufertigen. Beachten Sie, dass es vermutlich schneller geht, die gesuchte Wahrscheinlichkeit P („Zwei Kugeln mit unterschiedlichen Buchstaben aus Behälter 3“) mithilfe der Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis zu berechnen.

Bearbeitungstipps

6. Bestimmen Sie zuerst alle Kennwerte (Minimum, q_u , z , q_o und Maximum), um den Boxplot für die Spieltage 1 und 2 zu erstellen. Bei der Beurteilung der Aussagen über den Boxplot für die Spieltage 3 und 4 sollten Sie sich klarmachen, welche Schlussfolgerungen man aus den Kennwerten dieses Boxplots über die zugrunde liegenden Daten eindeutig ableiten kann („wahr“ bzw. „falsch“) und welche Schlussfolgerungen man nicht eindeutig ableiten kann („nicht entscheidbar“), weil man dafür alle Einzeldaten kennen müsste.

Teil B

1. a) Stellen Sie zunächst eine Formel für den Inhalt der Mantelfläche auf, um die Seitenlänge a der Pyramidengrundfläche zu berechnen. Beachten Sie dabei, aus wie vielen gleich großen Teilflächen der Mantel besteht. Betrachten Sie nun die Grundfläche der Pyramide und überlegen Sie, in wie viele gleich große Teilflächen diese Grundfläche zerlegt werden kann. Skizzieren Sie eine dieser gleich großen Teilflächen, ergänzen Sie alle bekannten Größen (Seitenlängen, Winkel) darin und bestimmen Sie mithilfe einer trigonometrischen Berechnung alle Größen zur Berechnung des Flächeninhalts dieser Teilfläche. Damit können Sie auch den Inhalt der Pyramidengrundfläche berechnen. Stellen Sie nun die Formel für das Volumen der Pyramide auf. Die unbekannte Pyramidenhöhe können Sie noch in einem geeigneten Teildreieck mithilfe des Satzes von Pythagoras ermitteln.
- b) Für das Einzeichnen von x - und y -Achse für ein Koordinatensystem bietet sich der tiefste Punkt des Kanals als Scheitelpunkt der Parabel an. In jedem Fall führt der Ansatz der Parabelgleichung auf die Form $y = ax^2 + s$. Den Wert für s kann man direkt angeben. Um den Wert für a zu ermitteln, sollten Sie zunächst überlegen, wie man aus der gegebenen Breite des Kanals die Koordinaten zweier Punkte (A und B) der Parabel ablesen kann. Mit einem dieser Punkte können Sie anschließend eine Punktprobe durchführen, um so den Wert für a zu berechnen. In der zweiten Teilaufgabe wird in der Parabelgleichung $y = 0,03x^2 + c$ der Wert c als negativ festgelegt. Damit ist hier die Lage der einzuzeichnenden x -Achse eindeutig als die „Uferlinie“ zu erschließen. Da die tiefste Stelle des Kanals nicht verändert wird, kann c direkt angegeben werden. Die Breite des verbreiterten Kanals entspricht dem Abstand der beiden Schnittstellen der breiteren Parabel mit der x -Achse. Diese Schnittstellen müssen also berechnet werden.
2. a) Die Formel für das Volumen einer Kugel finden Sie in der Formelsammlung. Entscheiden Sie bei der Berechnung des Zylindervolumens mithilfe der Skizze, wie groß die Höhe des Zylinders ist. Für die Prozentaufgabe ist es wichtig, sich zunächst klarzumachen, welche Größe dem Prozentwert und welche Größe dem Grundwert entspricht. Dann können Sie z. B. die Prozentformel oder den Dreisatz verwenden. Die Formeln für den Oberflächeninhalt einer Kugel und eines Zylinders finden Sie in der Formelsammlung.
- b) Die Schnittpunkte von p_1 mit der x -Achse erhält man, indem man die Funktionsgleichung von p_1 mit Null gleichsetzt und die dadurch entstehende quadratische Gleichung löst. Die dabei ermittelten Lösungen sind die x -Koordinaten der Schnittpunkte. Die y -Koordinaten dieser Schnittpunkte sind offensichtlich (welche?). Nutzen Sie die zuvor bestimmten Schnittpunkte der Parabel mit der x -Achse sowie die Symmetrie der Parabel aus, um die x -Koordinate des Scheitelpunkts zu ermitteln und anschließend mithilfe der Scheitelform der Parabel eine Punktprobe mit N_1 oder N_2 durchzuführen. Dadurch erhält man auch die y -Koordinate des Scheitelpunkts. Um die Gleichung der Geraden g zu bestimmen, stellen Sie aus zwei gegebenen Punkten die zugehörige Geradengleichung auf. Die Koordinaten von Q ergeben sich direkt aus der Gleichung von g . Die Koordinaten von P kann man aus der Grafik ablesen, wenn man die Punkte Q , N_2 , N_1 zu einem Parallelogramm ergänzt. Die für die Berechnung des Flächeninhalts benötigten Streckenlängen können ebenfalls aus der Grafik abgelesen werden. Bei der Parabel p_2 handelt es sich um eine verschobene Normalparabel, deshalb gilt hier der Ansatz $p_2: y = (x - d)^2 + e$.
3. a) Da es sich bei der Parabel p_1 um eine verschobene Normalparabel handelt, gilt der Ansatz $p_1: y = (x - d)^2 + e$. Der Scheitelpunkt kann aus der Grafik abgelesen werden. Die Schnittpunkte von p_1 mit der x -Achse erhält man, indem man die Funktionsgleichung von p_1 mit Null gleichsetzt und die dadurch entstehende quadratische Gleichung löst. Die dabei ermittelten Lösungen sind die x -Koordinaten der Schnittpunkte. Die y -Koordinaten dieser Schnittpunkte sind offensichtlich (welche?). Auch bei der Parabel p_2 handelt es sich um eine verschobene Normalparabel, deshalb gilt auch hier der Ansatz $p_2: y = (x - f)^2 + g$. Lesen Sie den Scheitelpunkt S_2 direkt aus der eingezeichneten Parabel p_2 ab oder überlegen Sie, wie sich die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 durch die Verschiebung der Parabel p_1 um 4 Einheiten nach rechts aus den Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 ergeben. In beiden Fällen erhalten Sie die Koordinaten von S_2 und können damit die Parabelgleichung von p_2 in Scheitelform aufstellen. Zur Begründung des besonderen Vierecks AS_1S_2B sollten Sie sich klarmachen, welche Bedingungen ein Viereck erfüllen muss, um dieses besondere Viereck zu sein. Schließlich können Sie mithilfe des Satzes von Pythagoras den Umfang des Vierecks berechnen.

Bearbeitungstipps

- b) Überlegen Sie zunächst, wie hoch bei diesem Zufallsversuch die Anzahl aller möglichen Ergebnisse ist. Anschließend sollten Sie für die beiden Ereignisse „Pasch“ und „Augensumme ist genau 7“ jeweils alle zugehörigen „günstigen“ Ergebnisse explizit aufschreiben. Dann können Sie sowohl die Wahrscheinlichkeiten für diese beiden Ereignisse als auch anschließend den Erwartungswert berechnen. Um zu ermitteln, welcher (gleich hohe!) Gewinn für die beiden Ereignisse „Pasch“ und „Augensumme ist genau 7“ benötigt wird, damit das Spiel fair wird, sollte dieser Gewinn in beiden Fällen mit derselben Variable (z. B. x) bezeichnet werden. Anschließend stellen Sie den Term für den Erwartungswert mit der üblichen Formel auf, setzen diesen gleich Null und lösen ihn nach der eingeführten Variablen auf.