pauker.

Werkrealschule2023

Mittlerer Abschluss Baden-Württemberg

Lösungen Mathematik Muster III

Mathematik

hutt lernhilfen

10

Teil A1

Aufgabe 1

$$4 - 3x^2 = 13 \qquad | -4$$
$$-3x^2 = 9 \qquad | : (-3)$$
$$x^2 = -3$$

Da man aus einer negativen Zahl keine Wurzel ziehen kann, hat diese Gleichung keine Lösung.

Aufgabe 2

Lösung mit dem Additionsverfahren:

Multiplizieren von Gleichung (I) mit (-5) ergibt:
(I a) $\quad -20x - 15y = -30$
(II) $\quad 20x + 15y = 11$

Addieren der beiden Gleichungen (I a) und (II) ergibt:
$0x + 0y = -19$
$0 = -19$

Dies ist eine falsche Aussage. Folglich hat das Gleichungssystem keine Lösung.

Aufgabe 3

- In den Wochen 1 und 2 nach dem Börsengang ist der Wert der Aktie am Ende der Woche jeweils größer als zu Wochenbeginn, in den Wochen 3 und 4 ist der Wert jeweils kleiner. Also fällt der Aktienwert nur in den Wochen 3 und 4.
- Prozentuale Steigerung in Woche 1: $\frac{50}{250} \cdot 100\% = \frac{1}{5} \cdot 100\% = 20\%$

  Prozentuale Steigerung in Woche 2: $\frac{75}{300} \cdot 100\% = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$
- Mögliche Formeln:
  C3: =B3*0,25
  C4: =B4*0,1
  D5: =B5–C5

Aufgabe 4

Der Abstand von der Spitze des Mastes bis zum Betonträger wird in der Skizze mit x bezeichnet. Dann ist die gesuchte Höhe des Betonträgers 100 – x.

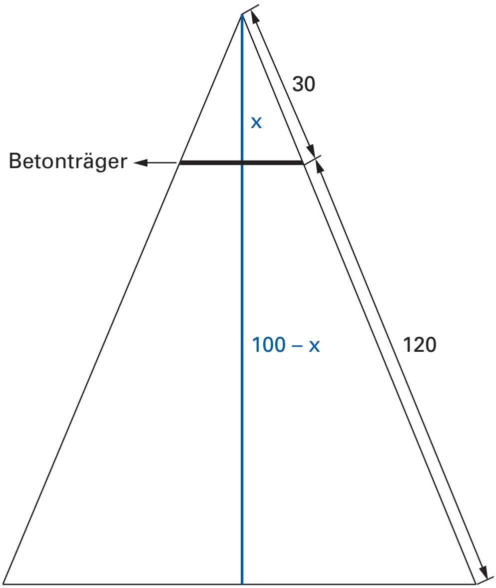
Nach dem 1. Strahlensatz gilt:

$$\frac{x}{100} = \frac{30}{150}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{1}{5} \qquad | \cdot 100$$

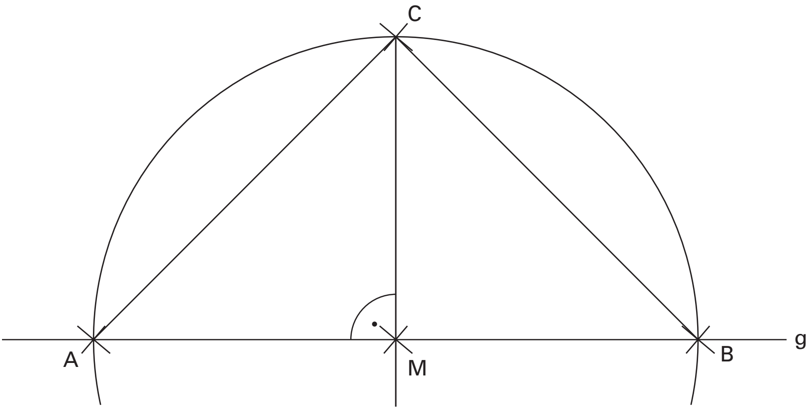
$$x = \frac{1 \cdot 100}{5} = 20$$

$$100 - 20 = 80$$



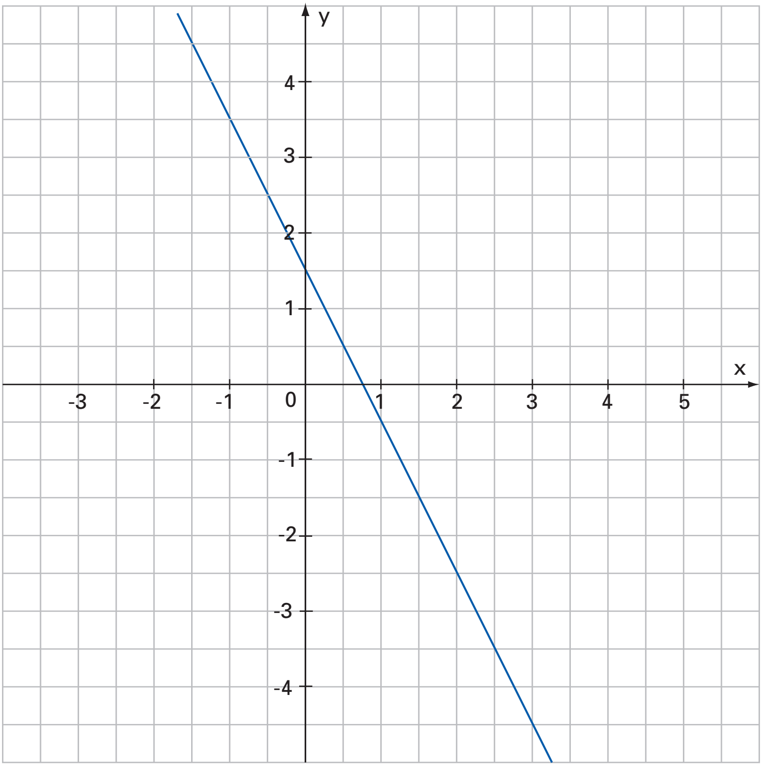
Der Betonträger ist in einer Höhe von 80 m über dem Boden angebracht.

Aufgabe 5



Konstruktionsschritte:
1. Lot von C auf g fällen; Schnittpunkt von Lot und g mit M bezeichnen
2. Kreisbogen (Thaleskreis) um M mit Radius $\overline{MC}$ schlagen; Schnittpunkte von Kreis und g mit A und B bezeichnen
3. A, B und C miteinander verbinden

Aufgabe 6



Aufgabe 7

$\frac{a}{c}$	$\frac{c}{a}$	$\frac{c}{b}$	$\frac{a}{b}$
$\tan(\alpha)$	$\tan(\gamma)$	$\sin(\gamma)$	$\sin(\alpha)$

Aufgabe 8

$\boxed{A} \rightarrow$ ③ $\boxed{B} \rightarrow$ ①

Die Wasserhöhe steigt linear an. Weil die Grundfläche des Gefäßes $\boxed{A}$ kleiner ist als beim Gefäß $\boxed{B}$, verläuft die Gerade bei ③ steiler als bei ①.

$\boxed{C} \rightarrow$ ④

Die Wasserfläche wird immer kleiner, die Wasserhöhe muss also immer schneller ansteigen.

$\boxed{D} \rightarrow$ ②

Die Wasserfläche wird immer größer, die Wasserhöhe nimmt also immer langsamer zu.

Aufgabe 9

a) Zum Beispiel: p_1: $y = -2x^2 + 1$ (Andere Lösungen sind möglich.)

b) Zum Beispiel: p_2: $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ (Andere Lösungen sind möglich.)

c) p_3: $y = -x^2$

d) Zum Beispiel: p_4: $y = \frac{1}{2}x^2$ (Andere Lösungen sind möglich.)

Aufgabe 10

a) H = Hund; K = Katze; M = Maus; L = Löwe; T = Tiger

Mögliche Spielausgänge:

H – L	H – K	H – T
K – L	K – K	K – T
M – L	M – K	M – T

b) „Günstige“ Spielausgänge (mit mindestens einmal „Katze“):
(1) H – K (2) K – L (3) K – K (4) K – T (5) M – K

Damit gilt:
$$P(\text{mindestens einmal „Katze“}) = \frac{\text{Anzahl aller „günstigen“ Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}} = \frac{5}{9} = 55{,}6\,\%$$

Prüfungen

Teil A2

Aufgabe 1

Gleichsetzen der beiden Parabelgleichungen ergibt:

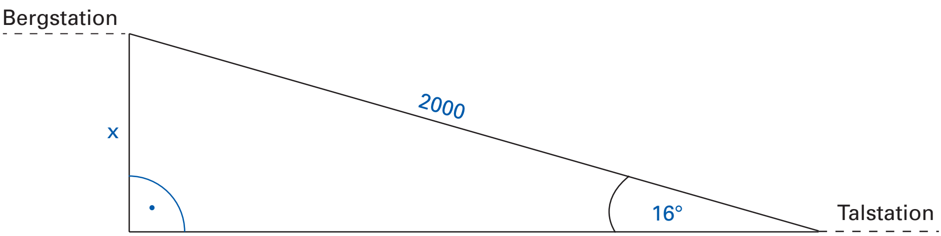
$$3x^2 - 5 = -5x^2 - 3 \qquad | + 5x^2 \quad | + 5$$
$$8x^2 = 2 \qquad | : 8$$
$$x^2 = 0{,}25 \qquad | \sqrt{}$$
$$x_1 = 0{,}5; \quad x_2 = -0{,}5$$

Einsetzen der beiden gefundenen Lösungen x_1 und x_2 in eine der beiden Parabelgleichungen (hier in die von p_1) ergibt:

$$y_1 = 3 \cdot 0{,}5^2 - 5 = 0{,}75 - 5 = -4{,}25$$
$$y_2 = 3 \cdot (-0{,}5)^2 - 5 = 0{,}75 - 5 = -4{,}25$$

Damit gilt für die beiden Schnittpunkte: S_1 (0,5 | -4,25) und S_2 (-0,5 | -4,25).

Aufgabe 2



Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit der Skifahrerin:
Die Formel für die Geschwindigkeit ist $v = \frac{s}{t}$, wobei v für die Geschwindigkeit, s für die zurückgelegte Strecke und t für die benötigte Zeit steht. Da in der Aufgabenstellung s und t gegeben sind und die Geschwindigkeit v gesucht wird, muss die Formel nicht umgestellt werden:

$$v = \frac{s}{t}$$
$$v = \frac{4}{0{,}05} \qquad \left(\text{Beachten Sie, dass } 3\text{ min} = \frac{3}{60}\text{ h} = \frac{1}{20}\text{ h} = 0{,}05\text{ h}\right)$$
$$v = 80$$

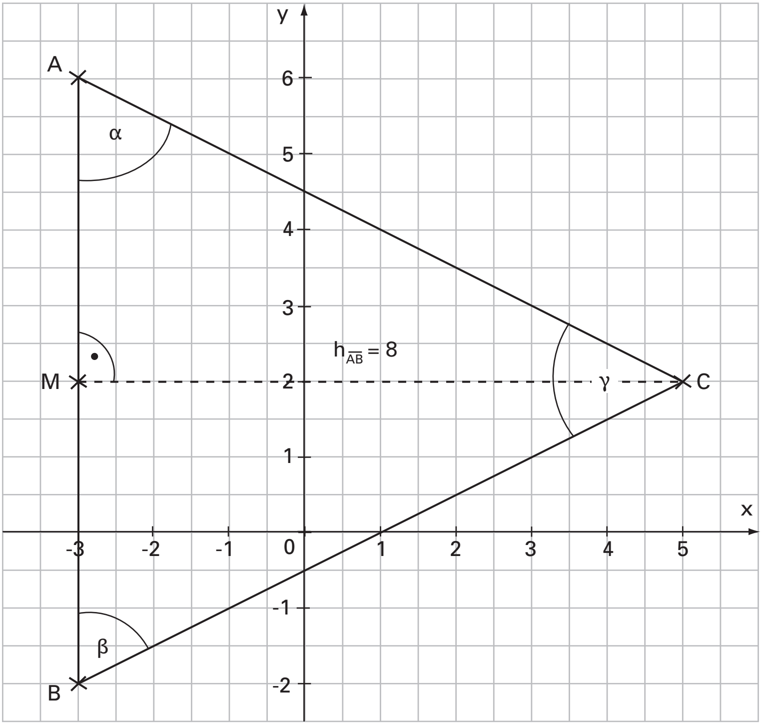
Die Skifahrerin fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h.

Berechnung des Höhenunterschieds zwischen Talstation und Bergstation:
Aus der Grafik lässt sich ablesen, dass gilt:

$$\sin(16°) = \frac{x}{2000} \qquad | \cdot 2000$$
$$x = \sin(16°) \cdot 2000$$
$$x = 551{,}3$$

Der Höhenunterschied zwischen Talstation und Bergstation beträgt etwa 551 m.

Aufgabe 3



Vorbemerkungen:

Da es sich um ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis $\overline{AB}$ handelt, gilt Folgendes:

1. Der Punkt C liegt auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AB}$, da in einem gleichschenkligen Dreieck die Basis von ihrer Höhe halbiert wird.
2. $\alpha = \beta$ und $\overline{AC} = \overline{BC}$
3. Da M der Mittelpunkt der Basis $\overline{AB}$ ist, ist $\overline{AM}$ = 4 cm.

Bestimmung der y-Koordinate von C:
Da der Punkt C die x-Koordinate 5 und gleichzeitig auf der Mittelsenkrechten von AB liegt, muss die y-Koordinate von C 2 sein. Es gilt also: C (5 I 2).

Berechnung der Innenwinkel:

1. Die Höhe $\overline{MC}$ der Basis $\overline{AB}$ kann aus der Zeichnung abgelesen werden:
   $\overline{MC} = 8$ cm

2. Im rechtwinkligen Dreieck MCA gilt:
   $$\tan(\alpha) = \frac{\overline{MC}}{\overline{AM}} = \frac{8}{4} = 2$$
   $$\alpha = \tan^{-1}(2) = 63{,}4°$$

3. Da $\alpha = \beta$ (siehe Vorbemerkungen), gilt: $\beta = 63{,}4°$.

4. Es gilt: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ (Winkelsumme im Dreieck)
   $63{,}4° + 63{,}4° + \gamma = 180°$
   $126{,}8 + \gamma = 180°$ | – 126,8°
   $\gamma = 53{,}2°$

Berechnung der Seitenlängen:

1. Im rechtwinkligen Dreieck MCA gilt:
   $\overline{AM}^2 + \overline{MC}^2 = \overline{AC}^2$ (Pythagoras)
   $4^2 + 8^2 = \overline{AC}^2$
   $\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 8^2}$
   $\overline{AC} = 8{,}9$ cm

2. Da $\overline{AC} = \overline{BC}$ (siehe Vorbemerkungen), gilt: $\overline{BC} = 8{,}9$ cm

3. Die Seitenlänge $\overline{AB}$ kann aus der Zeichnung abgelesen werden: $\overline{AB} = 8$ cm.

Aufgabe 4

Berechnung des Gewichts einer Billardkugel:

1. Berechnung des Volumens einer Billardkugel:
   $r_{Kugel} = 5{,}7 \text{ cm} : 2 = 2{,}85$ cm
   $$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$
   $$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}85^3$$
   $$V_{Kugel} = 96{,}97$$

2. Berechnung des Gewichts einer Billardkugel:
   $96{,}97 \cdot 1{,}75 = 169{,}7$

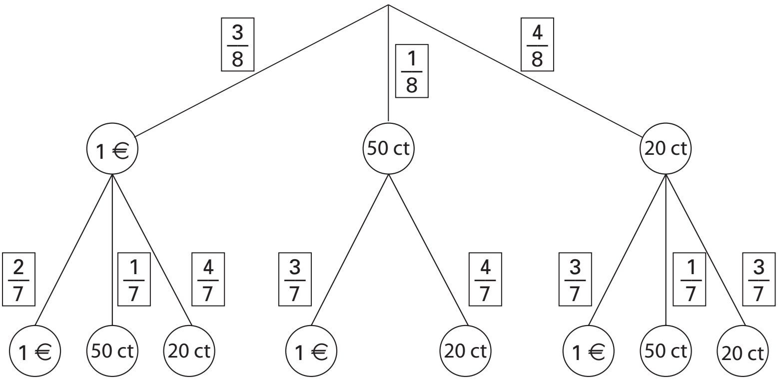
Ergebnis: Das Gewicht einer Billardkugel beträgt etwa 169,7 g.

Bestimmung der Menge des täglich benötigten Lacks (für 500 Billardkugeln):

1. Oberflächeninhalt einer Billardkugel:
   $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 2{,}85^2 = 102{,}07$
2. Der Oberflächeninhalt von 500 Kugeln beträgt damit $500 \cdot 102{,}07\ \text{cm}^2 = 51\,035\ \text{cm}^2$.
   $51\,035\ \text{cm}^2 = 510{,}35\ \text{dm}^2 = 5{,}1035\ \text{m}^2$
3. Berechnung der Menge an benötigtem Lack: $5{,}1035 : 1{,}7 = 3$

Ergebnis: Pro Tag werden etwa 3 Liter Lack benötigt.

Aufgabe 5



Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass ein Betrag von 1,50 € herausgenommen wird:

P(„Geldbetrag = 1,50 €“) = P(1; 0,50) + P(0,50; 1) = $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{56} = 10{,}7\%$

Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass nach der Entfernung eines 20-Cent-Stücks ein Betrag von 1,50 € herausgenommen wird:

P(„Geldbetrag = 1,50 €“) = P(1; 0,50) + P(0,50; 1) = $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{6}{42} = 14{,}3\%$

Die Wahrscheinlichkeit ist um 14,3% – 10,7% = 3,6% höher als zuvor.

Aufgabe 6

Berechnung des Endkapitals nach 7 Jahren:

Die Zinseszinsformel: $K_n = K_0 \cdot q^n$

Wenn man die Angaben aus der Aufgabenstellung in die Formel einsetzt, ergibt sich:
$K_7 = 12\,500 \cdot 1{,}013^7$
$K_7 = 13\,682{,}84$

Das Guthaben beträgt nach 7 Jahren 13 682,84 €.

Bestimmung der Anzahl an zusätzlichen Jahren von heute an, bis Oles Guthaben erstmals 14 000 € übersteigt:

$K_0 = 13\,682{,}84$; n ist gesucht; $q = \left(1 + \frac{0{,}75}{100}\right) = 1{,}0075$

$K_n = 13\,682{,}84 \cdot 1{,}0075^n$

Systematisches Probieren mit dem Taschenrechner ergibt z. B.:
n = 4: $K_4 = 13\,682{,}84 \cdot 1{,}0075^4 = 14\,097{,}97$
n = 2: $K_2 = 13\,682{,}84 \cdot 1{,}0075^2 = 13\,888{,}85$
n = 3: $K_3 = 13\,682{,}84 \cdot 1{,}0075^3 = 13\,993{,}02$

Ole müsste sein Kapital von heute an noch zusätzliche 4 Jahre anlegen, damit das Guthaben erstmals den Betrag von 14 000 € übersteigt.

Aufgabe 7

Der gesuchte Abstand $\overline{CE}$ lässt sich wie folgt aufteilen: $\overline{CE} = \overline{CH} + \overline{HE}$.

Berechnung von $\overline{CH}$:

$$\tan(30°) = \frac{\overline{CH}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{CH}}{5\text{ m}} \qquad | \cdot 5\text{ m}$$

$$5\text{ m} \cdot \tan(30°) = \overline{CH}$$

$$\overline{CH} \approx 2{,}89\text{ m}$$

Berechnung von $\overline{HE}$:
Aus der Skizze ist ersichtlich, dass $\overline{HE} = \overline{KD}$. Die Länge $\overline{KD}$ lässt sich mit dem Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck ADK berechnen:

$$\overline{AD}^2 = \overline{AK}^2 + \overline{KD}^2$$

$$(2{,}5\text{ m})^2 = (1{,}5\text{ m})^2 + \overline{KD}^2 \qquad | -(1{,}5\text{ m})^2$$

$$\overline{KD}^2 = (2{,}5\text{ m})^2 - (1{,}5\text{ m})^2 = 4\text{ m}^2 \qquad | \sqrt{}$$

$$\overline{KD} = 2\text{ m} = \overline{HE}$$

Insgesamt gilt somit: $\overline{CE} = \overline{CH} + \overline{HE} \approx 2{,}89\text{ m} + 2\text{ m} = 4{,}89\text{ m}$.

Aufgabe 8

Korrektur des Prozentsatzes und Berechnung der Sitzplätze in Kategorie C:
Die Summe der Prozentsätze (von links nach rechts) ergibt:
30% + 20% + 30% + 10% + 20% = 110%.
Da die Summe 100% ergeben muss und der Fehler in Kategorie C ist, muss der Prozentsatz in C um 10% vermindert werden. Der richtige Prozentsatz für Kategorie C ist folglich 30% – 10% = 20%.
20% von 5500 = 5500 · 0,2 = 1100.

In Kategorie C gibt es 1100 Sitzplätze.

Berechnung der Gesamtzahl an Sitzplätzen mit eingeschränkter Sicht:

1. Berechnung der Sitzplätze in den Kategorien A und B:
   Kategorie A: 30% von 5500 = 5500 · 0,3 = 1650
   Kategorie B: 20% von 5500 = 5500 · 0,2 = 1100
2. Berechnung der Sitzplätze in den Kategorien A und B mit eingeschränkter Sicht:
   Kategorie A: 4% von 1650 = 1650 · 0,04 = 66
   Kategorie B: 2% von 1100 = 1100 · 0,02 = 22

Die Gesamtzahl an Sitzplätzen mit eingeschränkter Sicht beträgt 66 + 22 = 88.

Teil B

Aufgabe 1

a) Berechnung der Winkel α_1, α_2 und γ (andere Lösungswege sind möglich):

1. Die Winkel α_2 und 18° sind Wechselwinkel.
   Also gilt: $\alpha_2 = 18°$
2. Im Dreieck ACD gilt:
   $\alpha_1 + 18° + 90° = 180°$ (Winkelsumme im Dreieck)
   $\alpha_1 + 108° = 180°$ | – 108°
   $\alpha_1 = 72°$
3. Im Dreieck ABC gilt:
   $\alpha_2 + 145° + \gamma = 180°$ (Winkelsumme im Dreieck)
   $18° + 145° + \gamma = 180°$
   $163° + \gamma = 180°$ | – 163°
   $\gamma = 17°$

Berechnung des Flächeninhalts des Trapezes:

1. In der Flächeninhaltsformel eines Trapezes benötigt man die Längen der beiden parallelen Seiten sowie die Höhe des Trapezes. Die Längen der beiden parallelen Seiten können abgelesen werden: $\overline{AB} = 30$ cm und $\overline{DC} = 50$ cm.
2. Da das Trapez bei D (und damit auch bei A) einen rechten Winkel hat, ist $\overline{AD}$ die Höhe des Trapezes. Im rechtwinkligen Dreieck ACD gilt:
   $\tan(18°) = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{DC}}$
   $\tan(18°) = \dfrac{\overline{AD}}{50}$ | · 50
   $\overline{AD} = 50 \cdot \tan(18°)$
   $\overline{AD} = 16{,}2$ cm

3. Der Flächeninhalt des Trapezes berechnet sich mit

   $A = \frac{1}{2} \cdot (\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \overline{AD}$

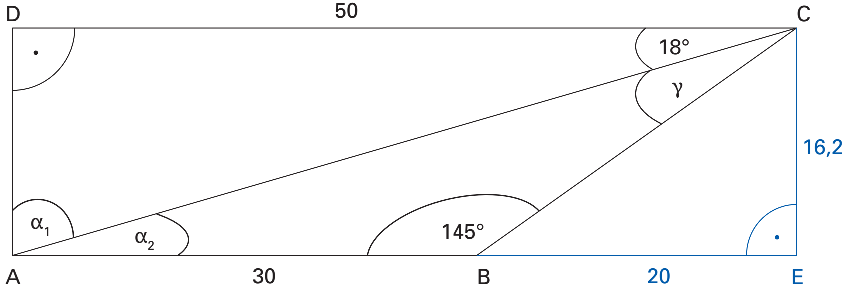
   $A = \frac{1}{2} \cdot (30 + 50) \cdot 16{,}2$

   $A = 648\ \text{cm}^2$

Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt 648 cm^2.

Berechnung des Umfangs des Trapezes:

1. In der Skizze wird das Trapez ABCD durch Hilfslinien zu einem Rechteck AECD erweitert (siehe Lösungsskizze). Dabei gilt:
   $\overline{EC} = (\overline{AD}) = 16{,}2$ cm und $\overline{BE} = 50$ cm – 30 cm = 20 cm



2. Für die Berechnung des Umfangs des Trapezes ist noch die Berechnung der Strecke $\overline{BC}$ erforderlich. Im rechtwinkligen Dreieck BEC gilt:

$$\overline{BE}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{BC}^2 \qquad \text{(Pythagoras)}$$
$$20^2 + 16{,}2^2 = \overline{BC}^2$$
$$\overline{BC} = \sqrt{20^2 + 16{,}2^2}$$
$$\overline{BC} = 25{,}7\ \text{cm}$$

3. Umfang des Trapezes:

   $u = 16{,}2 + 30 + 25{,}7 + 50$
   $u = 121{,}9$ cm

Der Umfang des Trapezes beträgt 121,9 cm.

Prüfungen

b)

Wenn man die Normalparabel $y = x^2$ um 3 Einheiten nach oben verschiebt und anschließend an der x-Achse spiegelt, dann …	… erhält man die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = -x^2 + 3$.
Wenn man die Normalparabel $y = x^2$ an der x-Achse spiegelt und anschließend mit dem Faktor 3 streckt, dann …	… erhält man die Normalparabel $y = x^2$.
Wenn man die Parabel mit der Gleichung $y = \frac{1}{3}x^2$ mit dem Faktor 3 streckt und anschließend an der Geraden g: $y = 1{,}5$ spiegelt, dann …	… erhält man die Parabel p_2 mit der Gleichung $y = -x^2 - 3$.
Wenn man die Parabel mit der Gleichung $y = -3x^2 - 3$ um 3 nach oben verschiebt, dann an der x-Achse spiegelt und schließlich mit dem Faktor $\frac{1}{3}$ streckt, dann …	… erhält man die Parabel p_3 mit der Gleichung $y = -3x^2$.

Bestimmung der Anzahl an Schnittpunkten von p_1 mit g_1 und g_2:

1. Gleichsetzen der Geradengleichung von g_1 mit der Parabelgleichung ergibt:

$$
\begin{aligned}
-x^2 + 3 &= -2x + 4 && \mid +2x \quad \mid -4 \\
-x^2 + 2x - 1 &= 0 && \mid \cdot (-1) \\
x^2 - 2x + 1 &= 0
\end{aligned}
$$

Die Diskriminante D dieser Gleichung ist

$$D = \left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

Da $D = 0$ ist, haben die Parabel p_1 und die Gerade g_1 genau einen Schnittpunkt (= Berührpunkt).

2. Gleichsetzen der Geradengleichung von g_2 mit der Parabelgleichung ergibt:

$$
\begin{aligned}
-x^2 + 3 &= 2x + 3 && \mid -2x \quad \mid -3 \\
-x^2 - 2x &= 0 && \mid \cdot (-1) \\
x^2 + 2x &= 0
\end{aligned}
$$

Die Diskriminante D dieser Gleichung ist

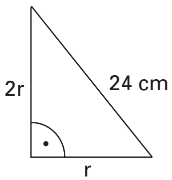
$$D = \left(\frac{2}{2}\right)^2 - 0 = 1 - 0 = 1 > 0$$

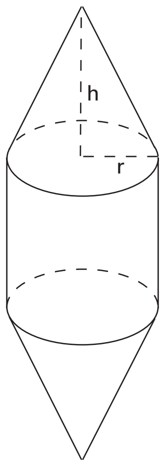
Da $D > 0$ ist, haben die Parabel p_1 und die Gerade g_2 zwei Schnittpunkte.

Bestimmung zweier verschiedener Werte für c:
Die Parabel p_1: $y = -x^2 + 3$ hat den Scheitelpunkt (0 | 3) und ist nach unten geöffnet. Das bedeutet, dass der Scheitelpunkt S der „höchste" Punkt der gesamten Parabel ist. Eine Gerade g: y = c ist für jeden Wert von c eine Parallele zur x-Achse. Deshalb gilt für jeden Wert von c, der größer als 3 ist, dass die zugehörige Gerade g_3: y = c keinen Schnittpunkt mit der Parabel p_1 hat. Zwei mögliche Werte für c sind daher z. B. $c_1 = 3{,}5$ und $c_2 = 5$.

Aufgabe 2

a) **1. Schritt:**
Berechnung von Radius r und Höhe h:
h = 2r





Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$r^2 + (2r)^2 = (24\ \text{cm})^2$$
$$5r^2 = 576\ \text{cm}^2 \quad | : 5$$
$$r^2 = 115{,}2\ \text{cm}^2 \quad | \sqrt{\ }$$
$$r = 10{,}73\ \text{cm} \quad \Rightarrow \quad h = 21{,}46\ \text{cm}$$

2. Schritt:
Berechnung des Volumens:
$V = V_Z + 2 \cdot V_K$

Zylinder
r = 10,73 cm   h = 21,46 cm

$$\boxed{V_Z = r^2\pi \cdot h}$$

$V_Z = (10{,}73\ \text{cm})^2\ \pi \cdot 21{,}46\ \text{cm}$

$V_Z = 7762{,}10\ \text{cm}^3$

Kegel
r = 10,73 cm   h = 21,46 cm

$$\boxed{V_K = \frac{1}{3}\, r^2\pi \cdot h}$$

$V_K = \frac{1}{3} \cdot (10{,}73\ \text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 21{,}46\ \text{cm}$

$V_K = 2587{,}37\ \text{cm}^3$

$V = 7762{,}10\ \text{cm}^3 + 2 \cdot 2587{,}37\ \text{cm}^3$
$V = 12\,936{,}84\ \text{cm}^3$

Das Volumen beträgt 12 936,84 cm³.

Die Oberfläche wird von der Zylindermantelfläche und den beiden Kegelmantelflächen gebildet.

Zylinder

$\boxed{M_Z = 2r \cdot \pi \cdot h}$

$r = 10{,}73\text{ cm} \quad h = 21{,}46\text{ cm}$

$M_Z = 2 \cdot 10{,}73\text{ cm} \cdot \pi \cdot 21{,}46\text{ cm}$
$M_Z = 1446{,}80\text{ cm}^2$

Kegel

$\boxed{M_K = r \cdot \pi \cdot s}$

$r = 10{,}73\text{ cm} \quad s = 24\text{ cm}$
$M_K = 10{,}73\text{ cm} \cdot \pi \cdot 24\text{ cm}$
$M_K = 809{,}02\text{ cm}^2$

$O = M_Z + 2 \cdot M_K$
$O = 1446{,}80\text{ cm}^2 + 2 \cdot 809{,}02\text{ cm}^2$
$O = 3064{,}84\text{ cm}^2$

Das Werkstück hat einen Oberflächeninhalt von $3064{,}84\text{ cm}^2$.

b) Vorbemerkungen:

1. Da die beiden Katheten $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ gleich lang sind (80 cm), ist das Dreieck ABC nicht nur rechtwinklig, sondern auch gleichschenklig. Damit sind die beiden Innenwinkel an den Punkten A und C jeweils 45° groß.
2. Da laut Aufgabentext $\overline{AD} = \overline{DB}$ gilt, halbiert der Punkt D die Strecke $\overline{AB}$. Damit gilt: $\overline{AD} = \overline{DB} = 40$ cm. Da außerdem $\overline{DB} = \overline{BE}$ ist, gilt auch: $\overline{BE} = \overline{EC} = 40$ cm.

Berechnung des Flächeninhalts der blauen Fläche:

1. Flächeninhalt A_D des Dreiecks ABC:

$A_D = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$

$A_D = \frac{1}{2} \cdot 80\text{ cm} \cdot 80\text{ cm}$

$A_D = 3200\text{ cm}^2$

2. Flächeninhalt $A_{Viertel}$ des weißen Viertelkreises bei Punkt B:

$A_{Viertel} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^2$

$A_{Viertel} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \overline{DB}^2$

$A_{Viertel} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (40\text{ cm})^2$

$A_{Viertel} = 1256{,}64\text{ cm}^2$

3. Flächeninhalt A_{Achtel} des weißen Achtelkreises bei Punkt C (da der Winkel 45° ist):

$A_{Achtel} = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot r^2$

$A_{Achtel} = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot \overline{CE}^2$

$A_{Achtel} = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot (40\text{ cm})^2$

$A_{Achtel} = 628{,}32\text{ cm}^2$

4. Flächeninhalt A der blau gekennzeichneten Fläche:

   $A = A_D - A_{Viertel} - A_{Achtel}$

   $A = 3200\ cm^2 - 1256{,}64\ cm^2 - 628{,}32\ cm^2$

   $A = 1315{,}04\ cm^2$

   Der Flächeninhalt der blauen Fläche beträgt $1315{,}04\ cm^2$.

Berechnung des prozentualen Anteils der blauen Fläche an der Gesamtfläche des Dreiecks ABC:

$$W = G \cdot \frac{p}{100}$$

$$1315{,}04 = 3200 \cdot \frac{p}{100} \qquad |:3200 \qquad |\cdot 100$$

$$p = 41{,}1\,\%$$

Der prozentuale Anteil der blauen Fläche beträgt 41,1 %.

Berechnung der Menge an Lack, der für die blaue Fläche benötigt wird:

$A = 1315{,}04\ cm^2$

$15\ m^2 = 150\ 000\ cm^2$

1 l = 1000 ml

Dreisatz:

	Fläche (in cm^2)	Lack (in ml)	
: 150 000	150 000	1000	: 150 000
	1	0,0067	
· 1315,04	1315,04	8,81	· 1315,04

Zum Lackieren der blauen Fläche benötigt man etwa 8,81 ml Lack.

Aufgabe 3

a) **1. Schritt:**

Berechnung der Gesamtlänge l des Drahtes:

$l = 4 \cdot 8\ cm + 4 \cdot 6\ cm + 4 \cdot 4\ cm$

$l = 72\ cm$

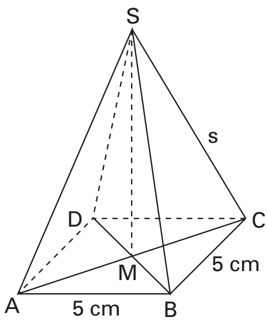
2. Schritt:

Berechnung der Seitenkante s der Pyramide:

$72\ cm - 4 \cdot 5\ cm = 52\ cm$

$52\ cm : 4 = 13\ cm$

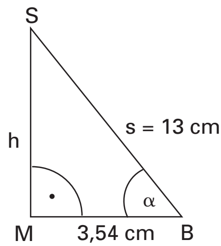
$\Rightarrow \quad s = 13\ cm$



3. Schritt:
Berechnung der Höhe $h = \overline{MS}$:

$\overline{MB}$ ist die Länge der halben Diagonale im Quadrat ABCD.

$\boxed{d = a\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$ $d = 5\text{ cm} \cdot \sqrt{2}$
$d = 7{,}07\text{ cm}$
$\Rightarrow$ $\overline{MB} = 3{,}54\text{ cm}$



Nach dem Satz des Pythagoras gilt:
$h^2 = (13\text{ cm})^2 - (3{,}54\text{ cm})^2$
$h = 12{,}51\text{ cm}$

I. Möglichkeit

$\boxed{\tan(\alpha) = \frac{GK}{AK}}$

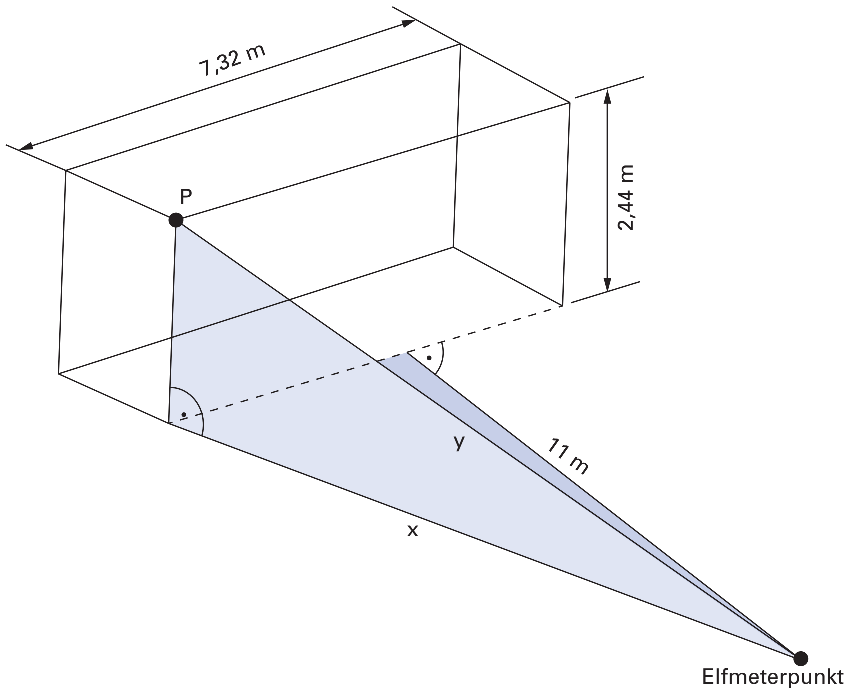
$\tan(\alpha) = \frac{12{,}51\text{ cm}}{3{,}54\text{ cm}}$
$\alpha = 74{,}2°$

II. Möglichkeit

$\boxed{\sin(\alpha) = \frac{GK}{Hy}}$

$\sin(\alpha) = \frac{12{,}51\text{ cm}}{13\text{ cm}}$
$\alpha = 74{,}2°$

b) Berechnung der Strecke y mithilfe des Lehrsatzes von Pythagoras:



1. Schritt:
Die Strecken x, $\frac{7,32}{2}$ m und die 11 m bilden ein rechtwinkliges Dreieck.

Hypotenuse: Strecke x
Kathete 1: 7,32 m : 2 = 3,66 m
Kathete 2: 11 m

Lehrsatz: $\text{Hypotenuse}^2 = (\text{Kathete 1})^2 + (\text{Kathete 2})^2$

$$x^2 = (3,66\ \text{m})^2 + (11\ \text{m})^2$$
$$x^2 = 13,396\ \text{m}^2 + 121\ \text{m}^2$$
$$x^2 = 134,396\ \text{m}^2$$
$$x = \sqrt{134,396\ \text{m}^2}$$
$$x = 11,593\ \text{m}$$

2. Schritt:
Die gerade berechnete Strecke x, die Höhe des Tores mit 2,44 m und die gesuchte Strecke y bilden ebenso ein rechtwinkliges Dreieck.

Hypotenuse: Strecke y
Kathete 1: 2,44 m
Kathete 2: x = 11,593 m
Lehrsatz: $\text{Hypotenuse}^2 = (\text{Kathete 1})^2 + (\text{Kathete 2})^2$

$$y^2 = (2,44\ \text{m})^2 + (11,593\ \text{m})^2$$
$$y^2 = 5,954\ \text{m}^2 + 134,398\ \text{m}^2$$
$$y^2 = 140,349\ \text{m}^2$$
$$y = \sqrt{140,349\ \text{m}^2}$$
$$y = 11,847\ \text{m}$$

Der Punkt P ist 11,847 m vom Elfmeterpunkt entfernt.

Umrechnung Kilometer pro Stunde in Meter pro Sekunde.

$$100\ \text{km/h} = 100\ 000\ \text{m/h}$$
$$1\ \text{h} = 60\ \text{min}$$

$$100\ 000\ \text{m/h} = \frac{100\ 000\ \text{m}}{60\ \text{min}} = 1666,\overline{6}\ \text{m/min}$$
$$1\ \text{min} = 60\ \text{sek}$$

$$1666,\overline{6}\ \text{m/min} = \frac{1666,\overline{6}\ \text{m}}{60\ \text{sek}} = 27,\overline{7}\ \text{m/s}$$

Die Geschwindigkeit beträgt $27,\overline{7}$ m/s.

Gesucht ist die Zeit, die der Ball vom Elfmeterpunkt bis zum Punkt P am Tor zurücklegen muss.

Geschwindigkeit (v) = $\frac{\text{Weg (s)}}{\text{Zeit (t)}}$

Durch Umstellen der Formel erhalten wir:

$v = \frac{s}{t} \qquad | \cdot t$

$t \cdot v = s \qquad | : v$

$t = \frac{s}{v} = \frac{11{,}847 \text{ m}}{22{,}3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

$t = 0{,}531 \text{ s}$

Der Torwart hat genau 0,531 Sekunden (also ca. 1/2 Sekunde) Zeit zur Abwehr.