pauker.

Werkrealschule2023
Mittlerer Abschluss Baden-Württemberg

Lösungen Mathematik Muster IV

Mathematik

hutt lernhilfen

10

Teil A1

Aufgabe 1

$x\left(\frac{1}{4} - x\right) - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}x$ | ausmultiplizieren

$\frac{1}{4}x - x^2 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}x$ | $+\frac{1}{4}x$

$-x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$ | $\cdot (-1)$

$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = 0$

Diskriminante $D = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c = \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{16} - \frac{1}{2} = \frac{1}{16} - \frac{8}{16} = -\frac{7}{16} < 0$

Da $D < 0$ ist, hat die Gleichung keine Lösung.

Aufgabe 2

Lösung mit dem Additionsverfahren:

Multiplizieren von Gleichung (I) mit 5 und von Gleichung (II) mit 2 ergibt:
(I a) $-10x + 25y = 55$
(II a) $10x - 4y = -34$

Addieren der beiden Gleichungen (I a) und (II a) ergibt:
$21y = 21$ | $: 21$
$y = 1$

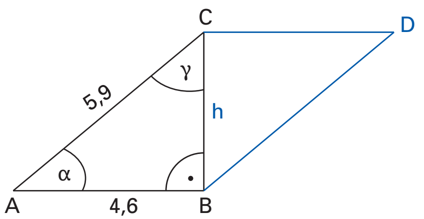
Einsetzen des Wertes $y = 1$ in (z. B.) Gleichung (I) ergibt:
$-2x + 5 = 11$ | -5
$-2x = 6$ | $: (-2)$
$x = -3$

Die Lösung des Gleichungssystems ist $x = -3$ und $y = 1$.

Aufgabe 3

a) Aufgrund der Winkelsumme im Dreieck gilt:
$\alpha + \gamma + 90° = 180°$ | $-\alpha - 90°$
$\gamma = 90° - \alpha$

b)



Berechnung der Höhe h des Parallelogramms mithilfe des Satzes von Pythagoras:

$$h^2 + 4{,}6^2 = 5{,}9^2 \qquad | -4{,}6^2$$
$$h^2 = 5{,}9^2 - 4{,}6^2 \qquad | \sqrt{}$$
$$h = \sqrt{5{,}9^2 - 4{,}6^2}$$
$$h = \sqrt{34{,}81 - 21{,}16}$$
$$h = 3{,}7 \text{ cm}$$

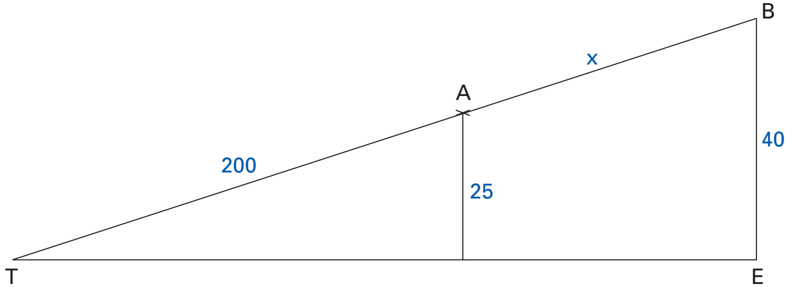
Berechnung des Flächeninhaltes des Parallelogramms ABDC:

$$A = g \cdot h$$
$$A = 4{,}6 \cdot 3{,}7$$
$$A = 17{,}02 \text{ cm}^2$$

Der Flächeninhalt des Parallelogramms beträgt etwa 17 cm.

Aufgabe 4

Die Flugstrecke von A nach B wird mit x bezeichnet und alle Größenangaben aus dem Text werden in der Skizze ebenfalls markiert.

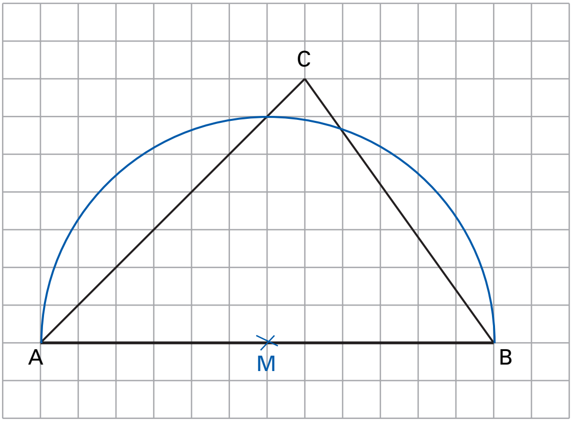


Nach dem 2. Strahlensatz gilt:

$$\frac{40}{25} = \frac{200 + x}{200}$$
$$\frac{8}{5} = \frac{200 + x}{200} \qquad | \cdot 200$$
$$\frac{8 \cdot 200}{5} = 200 + x$$
$$320 = 200 + x \qquad | -200$$
$$x = 120$$

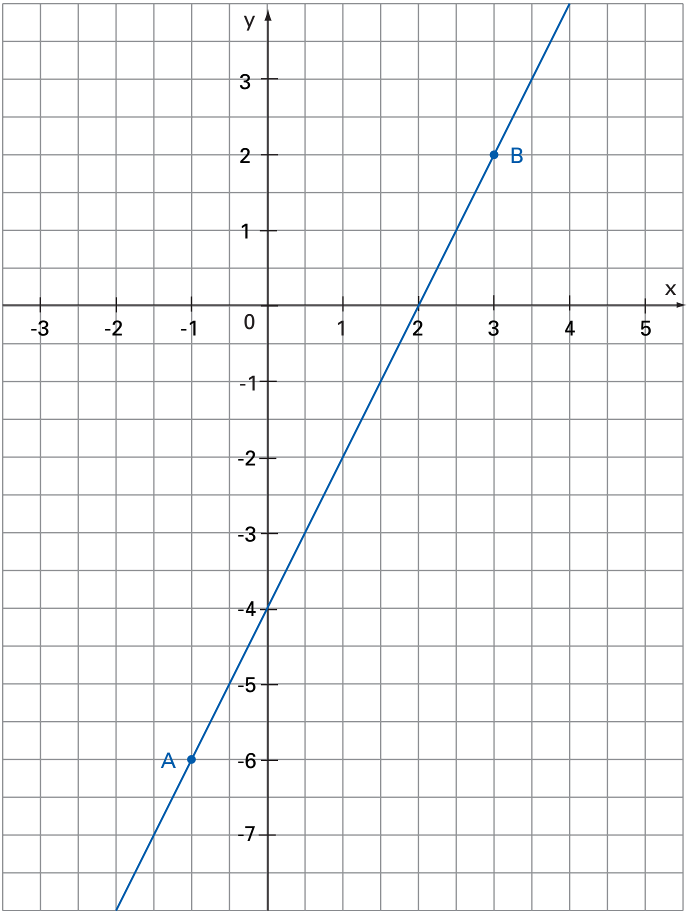
Vom Abheben bis zum Punkt B legt das Flugzeug eine Gesamtstrecke von 200 m + 120 m = 320 m zurück.

Aufgabe 5



Man konstruiert den Thalesskreis über der Strecke $\overline{AB}$. Da der Punkt C nicht auf dem Thaleskreis liegt, ist das Dreieck ABC nicht rechtwinklig.

Aufgabe 6



Die Gleichung der Geraden lautet: $y = 2x - 4$

Aufgabe 7

$\frac{3}{4} = \tan(\alpha)$ $\frac{4}{5} = \sin(\gamma)$

$\frac{3}{5} = \sin(\alpha)$ $\frac{4}{3} = \tan(\gamma)$

Aufgabe 8

a)

	Pause in min	Gefahrene km	Reine Fahrzeit in min
Pkw A	60	200	150
Pkw B	50	240	150

Fahrzeit Pkw A: 10.00 – 11.00 = 60 min
11.40 – 12.40 = 60 min
13.00 – 13.30 = 30 min
150 min

Fahrzeit Pkw B: 10.40 – 11.40 = 60 min
12.30 – 14.00 = 90 min
150 min

b) Man muss dazu die Schnittpunkte der beiden Graphen betrachten und die zugehörigen x-Koordinaten bestimmen. Die Graphen schneiden sich genau dreimal, bei x_1 = 11.20 Uhr, bei $x_2 \approx$ 12.02 Uhr und bei x_3 = 13.00 Uhr.

Aufgabe 9

$y = 2x^2 + 2$ __ p_6 __; $y = -0{,}5x^2 - 2$ __ p_3 __; $y = x^2$ __ p_4 __;

$y = -x^2 - 2$ __ p_1 __; $y = -0{,}25x^2$ __ p_5 __; $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ __ p_2 __;

Aufgabe 10

Glücksrad A: $P(\text{blau}) = \frac{5}{9} = \frac{55}{99}$

Glücksrad B: $P(\text{blau}) = \frac{6}{11} = \frac{54}{99}$

Die Wahrscheinlichkeit für „blau“ ist bei Glücksrad A etwas größer.

Teil A2

Aufgabe 1

Der y-Achsenabschnitt ist c = -1,5 und die Steigung der Geraden ist m = 2. Damit gilt:
g: y = 2x – 1,5

Gleichsetzen der Geradengleichung und der Parabelgleichung ergibt:

$$2x^2 - 3 = 2x - 1{,}5 \qquad | - 2x \quad | + 1{,}5$$
$$2x^2 - 2x - 1{,}5 = 0 \qquad | : 2$$
$$x^2 - x - 0{,}75 = 0 \qquad | \text{ Lösungsformel}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-0{,}75)}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{0{,}25 + 0{,}75}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{1}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm 1$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + 1 = 1{,}5$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - 1 = -0{,}5$$

Einsetzen der beiden gefundenen Lösungen x_1 und x_2 in die Geradengleichung ergibt:
$y_1 = 2 \cdot 1{,}5 - 1{,}5 = 3 - 1{,}5 = 1{,}5$
$y_2 = 2 \cdot (-0{,}5) - 1{,}5 = -1 - 1{,}5 = -2{,}5$

Damit gilt für die beiden Schnittpunkte: S_1 (1,5 | 1,5) und S_2 (-0,5 | -2,5)

Aufgabe 2

Berechnung der Höhe des Trapezes:
Die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes ist $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$, wobei a und c für die Längen der beiden parallelen Seiten stehen. In der Aufgabenstellung sind der Flächeninhalt A sowie die Seitenlängen a und c gegeben. Gesucht wird die Höhe h. Also muss die Formel nach h umgestellt werden:

$$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h \qquad | \cdot 2$$

$$2A = (a + c) \cdot h \qquad | : (a + c)$$

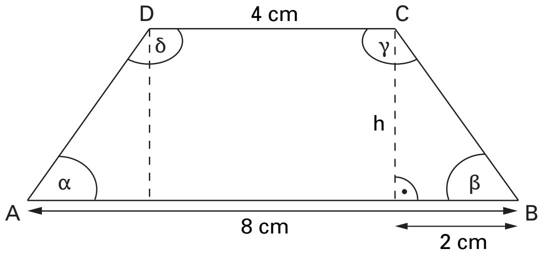
$$\frac{2A}{a + c} = h$$

$$h = \frac{2 \cdot 21}{8 + 4}$$

$$h = 3{,}5$$

Die Höhe des Trapezes ist h = 3,5 cm.

Skizze des Trapezes:



Berechnung der Innenwinkel des Trapezes:

Da das Trapez gleichschenklig ist, gilt Folgendes:
1. $\alpha = \beta$ und $\gamma = \delta$
2. Die längere Seite (8 cm) wird durch die beiden eingezeichneten Höhen in drei Abschnitte geteilt, die von links nach rechts 2 cm, 4 cm und 2 cm lang sind.

Aus der Skizze kann man ablesen:

$$\tan(\beta) = \frac{h}{2}$$

$$\tan(\beta) = \frac{3{,}5}{2}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{3{,}5}{2}\right)$$

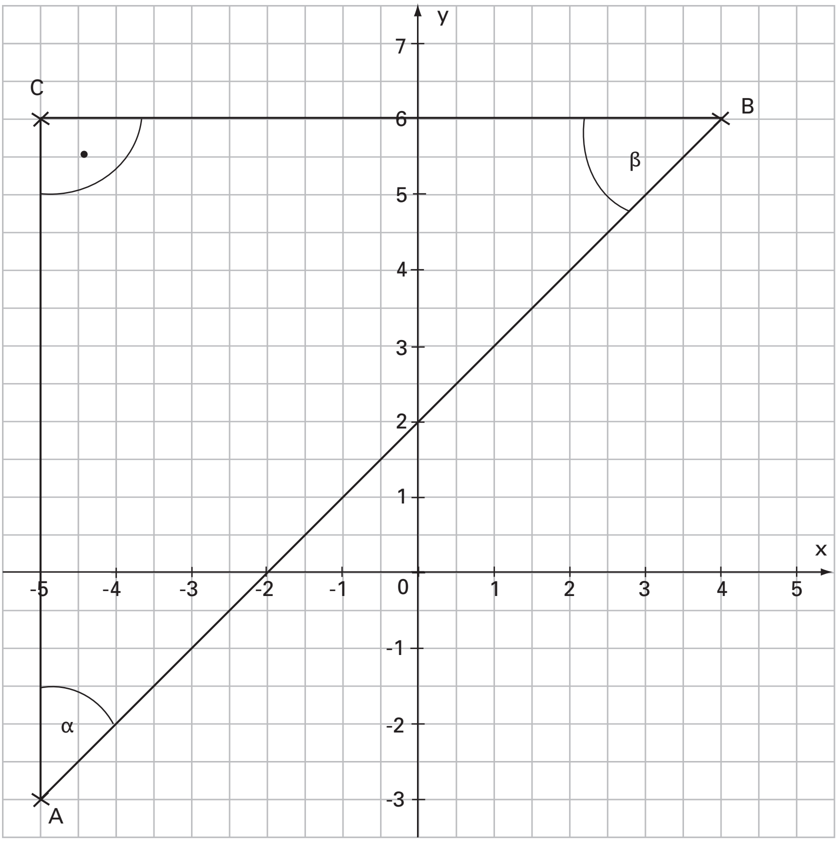
$$\beta = 60{,}3°$$

Damit gilt: $\alpha = \beta = 60{,}3°$. Für die Winkelsumme im Viereck gilt: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$.
Da $\gamma = \delta$ gilt, kann man (z. B.) γ aus der Winkelsumme für Vierecke wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} 60{,}3° + 60{,}3° + \gamma + \gamma &= 360° \\ 2\gamma + 120{,}6° &= 360° && \mid -120{,}6° \\ 2\gamma &= 239{,}4 && \mid :2 \\ \gamma &= 119{,}7° \end{aligned}$$

Damit gilt für die Innenwinkel des Trapezes: $\alpha = \beta = 60{,}3°$ und $\gamma = \delta = 119{,}7°$.

Aufgabe 3



Vorbemerkungen:

Da es sich um ein gleichschenkliges-rechtwinkliges Dreieck mit der Basis $\overline{AB}$ handelt, gilt:
$\alpha = \beta$ und $\overline{AC} = \overline{BC}$

Bestimmung der Koordinaten des Punktes B:

Der rechte Winkel liegt bei C und man kann aus der Zeichnung ablesen, dass $\overline{AC}$ = 9 cm ist. Da $\overline{AC} = \overline{BC}$ gilt, folgt $\overline{BC}$ = 9 cm. Mit diesen Informationen kann man den Punkt B nun einzeichnen. Es gilt: B (4 | 6)

Berechnung der Innenwinkel:
Nach der Winkelsumme im Dreieck gilt: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Da das Dreieck ABC nicht nur recht-winklig, sondern auch gleichschenklig ist, gilt hier insbesondere:

$\alpha + \alpha + 90° = 180°$ (Beachten Sie, dass sowohl $\alpha = \beta$ als auch $\gamma = 90°$ gilt.)
$2\alpha + 90° = 180°$ | – 90°
$2\alpha = 90°$ | : 2
$\alpha = 45°$

Damit gilt: $\alpha = \beta = 45°$; $\gamma = 90°$

Berechnung der Seitenlängen:

1. Aus der Zeichnung kann man ablesen, dass $\overline{AC} = \overline{BC} = 9$ cm gilt.

2. Im rechtwinkligen Dreieck ABC gilt:
$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2$ (Pythagoras)
$9^2 + 9^2 = \overline{AB}^2$ | $\sqrt{\ }$
$\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 9^2}$
$\overline{AB} = 12{,}7$ cm

Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks ABC:
$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$
$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC}$
$A = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9$
$A = 40{,}5\ cm^2$

Aufgabe 4

Volumen des Topfes:
$d = 20\ cm = 2r \quad \Rightarrow \quad r = 10\ cm$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
$V = \pi \cdot 10^2 \cdot 9$
$V = 2827{,}4\ cm^3$

Menge an Milch:
$3\ Liter = 3\ dm^3 = 3000\ cm^3$

Der Topf hat ein Volumen von $2827{,}4\ cm^3$, die Milch hat ein Volumen von $3000\ cm^3$.
Der Topf ist also nicht groß genug für 3 Liter Milch.

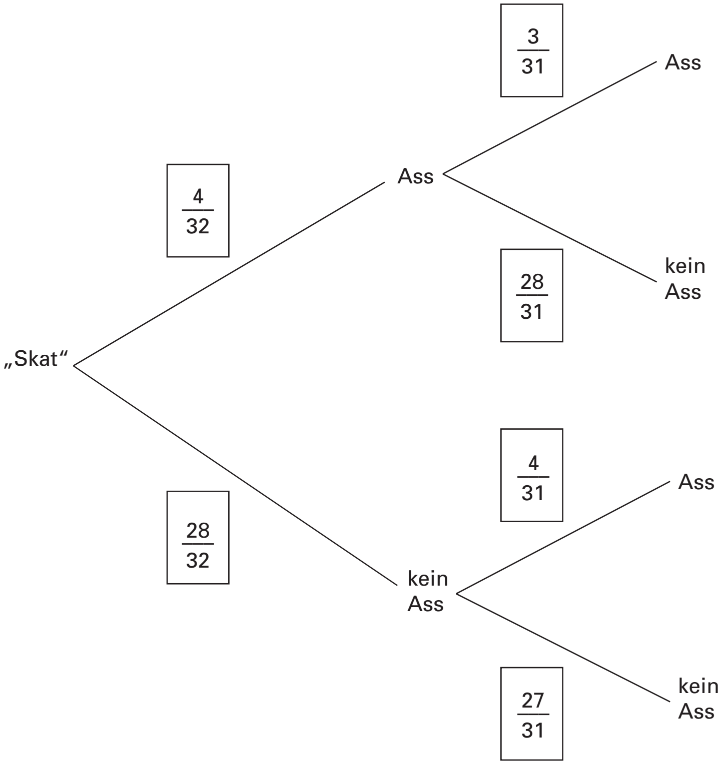
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
$3000 = \pi \cdot r^2 \cdot 9$ | : π | : 9
$r^2 = 106{,}1$ | $\sqrt{\ }$
$r = 10{,}3$
$d = 2 \cdot r = 2 \cdot 10{,}3 = 20{,}6$

Ein solcher Topf muss einen Durchmesser von mindestens 20,6 cm haben.

$W = G \cdot p\%$
$100 = G \cdot 0{,}07 \quad | : 0{,}07$
$G = 1428{,}6$ ml

Ein Erwachsener müsste 1428,6 ml (also etwas mehr als 1,4 Liter) Vollmilch trinken, um allein mit dieser Milch seinen gesamten Tagesbedarf an Eiweiß zu decken.

Aufgabe 5



Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass bei 32 verdeckten Karten im „Skat" zwei Asse liegen:

P(„Zwei Asse im Skat") = P(Ass; Ass) $= \frac{4}{32} \cdot \frac{3}{31} = \frac{12}{992} = 1{,}2\%$

Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass bei 32 verdeckten Karten im „Skat" genau ein Ass liegt:

P(„Genau ein Ass im Skat") = P(Ass; kein Ass) + P(kein Ass; Ass)

$= \frac{4}{32} \cdot \frac{28}{31} + \frac{28}{32} \cdot \frac{4}{31} = \frac{224}{992} = 22{,}6\%$

Aufgabe 6

Berechnung der von der Frau erzielten Zinsen:

$K_0 = 10\,000;\;\; n = 10;\;\; q = \left(1 + \frac{0{,}9}{100}\right) = 1{,}009$

Folglich gilt mit der Zinseszinsformel:

$K_{10} = 10\,000 \cdot 1{,}009^{10}$

$K_{10} = 10\,937{,}34$

$K_{10} - K_0 = 10\,937{,}34 - 10\,000 = 937{,}34$

Die Frau erzielt in 10 Jahren insgesamt 937,34 € Zinsen.

Berechnung der von dem Mann erzielten Zinsen:

$K = 10\,000;\;\; p = 0{,}9\%$

$Z = \frac{K \cdot p}{100}$

$Z = \frac{10\,000 \cdot 0{,}9}{100}$

$Z = 90$

Zehn Jahre lang lässt sich der Mann am Ende jedes Jahres 90 € Zinsen auszahlen. Nach 10 Jahren erzielt er also insgesamt 10 · 90 € = 900 € Zinsen.

Berechnung des Prozentsatzes, zu dem die von der Frau erzielten Zinsen die von dem Mann erzielten Zinsen übersteigen:

$937{,}34 - 900 = 37{,}34$

$W = G \cdot \frac{p}{100}$

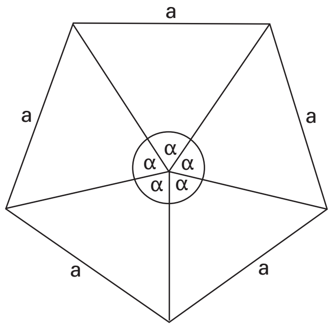
$37{,}34 = 900 \cdot \frac{p}{100} \qquad | : 900 \quad | \cdot 100$

$p = 4{,}2\%$

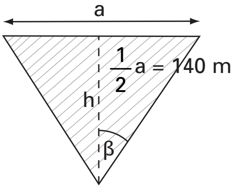
Die von der Frau erzielten Zinsen übersteigen die von dem Mann erzielten Zinsen um etwa 4,2%.

Aufgabe 7

1. Schritt:



Die Fläche des Fünfecks setzt sich aus 5 flächengleichen Dreiecken zusammen.



Die Summe der Innenwinkel beträgt 360°.

also $\quad 5 \cdot \alpha = 360° \qquad | : 5$

$\alpha = 72°$

und damit $\quad \beta = \frac{\alpha}{2} = 36°$

2. Schritt:

Berechnung des Flächeninhalts eines Dreiecks A_Δ:

Es gilt: $\boxed{\tan(\beta) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}}$

also $\quad \tan(36°) = \frac{140\text{ m}}{h} \qquad | \cdot h$

$h \cdot \tan(36°) = 140\text{ m} \qquad | : \tan(36°)$

$h = \frac{140\text{ m}}{\tan(36°)} = 192{,}69\text{ m}$

$A_\Delta = \boxed{\frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2}}$

$A_\Delta = \frac{a \cdot h}{2}$

$A_\Delta = \frac{280\text{ m} \cdot 192{,}69\text{ m}}{2}$

$A_\Delta = 26\,976{,}6\text{ m}^2$

3. Schritt:

Berechnung des Flächeninhalts des Pentagons:

$A_{⬠} = 5 \cdot A_\Delta$

$= 5 \cdot 26\,976{,}6\text{ m}^2$

$= 134\,883\text{ m}^2$

Das Pentagon hat eine Fläche von $134\,883\text{ m}^2$.

Aufgabe 8

Berechnung der Anzahl (sowie des prozentualen Anteils) der Autos, die schwarz lackiert wurden:
rot: 25% von 168 = 168 · 0,25 = 42
grün: 21
metallic: 42
168 – 42 – 21 – 42 = 63

63 Autos wurden schwarz lackiert.

$W = G \cdot \frac{p}{100}$

$63 = 168 \cdot \frac{p}{100}$ | : 168 | · 100

$p = 37{,}5\%$

37,5% aller lackierten Autos wurden schwarz lackiert.

Berechnung der Gesamtzahl (sowie des prozentualen Anteils) an Autos, bei denen die Arbeiten aufwendig waren:

schwarz: $\frac{2}{9}$ von $63 = \frac{2}{9} \cdot 63 = 14$

rot: $\frac{1}{7}$ von $42 = \frac{1}{7} \cdot 42 = 6$

Die Gesamtzahl an Autos, bei denen die Arbeiten aufwendig waren, beträgt 14 + 6 = 20.

$W = G \cdot \frac{p}{100}$

$20 = 168 \cdot \frac{p}{100}$ | : 168 | · 100

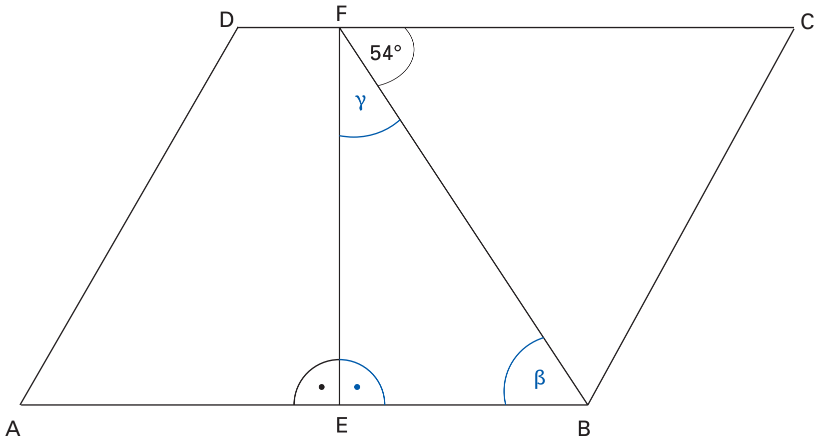
$p = 11{,}9$

Bei 11,9% aller lackierten Autos waren die Arbeiten aufwendig.

Teil B

Aufgabe 1

a)



Berechnung der Innenwinkel des Dreiecks EBF (siehe Lösungsskizze):

1. Die Winkel **β** und 54° sind Wechselwinkel.
   Also gilt: **β** = 54°

2. Im Dreieck EBF gilt:

$$\beta + \gamma + 90° = 180° \qquad \text{(Winkelsumme im Dreieck)}$$
$$54° + \gamma + 90° = 180°$$
$$\gamma + 144° = 180° \qquad | -144°$$
$$\gamma = 36°$$

Berechnung der Seitenlängen des Dreiecks EBF (siehe Lösungsskizze):

1. Die Strecke $\overline{EF}$ ist die Höhe des Parallelogramms. Also gilt für den Flächeninhalt des Parallelogramms:

$$A = \overline{AB} \cdot \overline{EF}$$
$$24 = 6 \cdot \overline{EF} \qquad | :6$$
$$\overline{EF} = 4 \text{ cm}$$

2. Im rechtwinkligen Dreieck EBF gilt:

$$\tan(\gamma) = \frac{\overline{EB}}{\overline{EF}}$$
$$\tan(36°) = \frac{\overline{EB}}{4} \qquad | \cdot 4$$
$$4 \cdot \tan(36°) = \overline{EB}$$
$$\overline{EB} = 2{,}9 \text{ cm}$$

3. Im rechtwinkligen Dreieck EBF gilt:

$$\sin(\beta) = \frac{\overline{EF}}{\overline{FB}}$$
$$\sin(54°) = \frac{4}{\overline{FB}} \qquad | \cdot \overline{FB}$$
$$\overline{FB} \cdot \sin(54°) = 4 \qquad | : \sin(54°)$$
$$\overline{FB} = \frac{4}{\sin(54°)}$$
$$\overline{FB} = 4{,}9 \text{ cm}$$

Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks EBF (siehe Lösungsskizze):

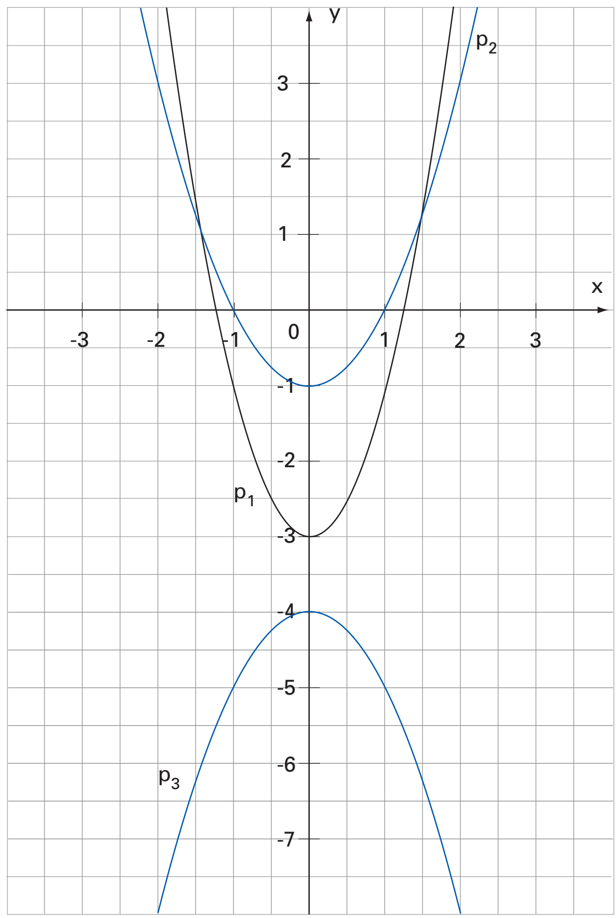
$$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{EB} \cdot \overline{EF}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 2{,}9 \cdot 4$$

$$A = 5{,}8 \text{ cm}^2$$

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt $5{,}8 \text{ cm}^2$.

b)



Beschreibung der Parabeln p_1, p_2 und p_3:
Die Parabel p_1 ist nach oben geöffnet und schmaler als die Normalparabel. Ihr Scheitelpunkt liegt unterhalb der x-Achse.
Die Parabel p_2 ist nach oben geöffnet und hat dieselbe Form wie die Normalparabel. Ihr Scheitelpunkt liegt unterhalb der x-Achse.
Die Parabel p_3 ist nach unten geöffnet und hat dieselbe Form wie die Normalparabel. Ihr Scheitelpunkt liegt unterhalb der x-Achse.

Berechnung der Schnittpunkte von p_1 und p_2:
Gleichsetzen der beiden Parabelgleichungen ergibt:

$$2x^2 - 3 = x^2 - 1 \qquad | -x^2$$

$$x^2 - 3 = -1 \qquad | +3$$

$$x^2 = 2 \qquad | \sqrt{}$$

$$x_1 = \sqrt{2} = 1{,}41 \qquad x_2 = -\sqrt{2} = -1{,}41$$

Einsetzen der beiden gefundenen Lösungen x_1 und x_2, z. B. in die Gleichung von p_2, ergibt:
$y_1 = \sqrt{2}^2 - 1 = 2 - 1 = 1$
$y_2 = (-\sqrt{2})^2 - 1 = 2 - 1 = 1$

Damit gilt für die beiden Schnittpunkte: A ($\sqrt{2}$ I 1) und B (-$\sqrt{2}$ I 1)
(Oder in gerundeter Dezimalschreibweise: A (1,41 I 1) und B (-1,41 I 1))

Aufgabe 2

a) Berechnung des Volumens des Abfalls:

1. Volumen des Zylinders:
$V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h$
$V_Z = \pi \cdot 4^2 \cdot 10$
$V_Z = 502{,}65\ cm^3$

2. Volumen des Doppelkegels:

$h_K = \frac{1}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$

$2 \cdot V_{Kegel} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_K$

$2 \cdot V_{Kegel} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 5$

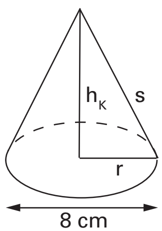
$2 \cdot V_{Kegel} = 167{,}55\ cm^3$

3. Volumen des Abfalls:
$V_{Abfall} = V_Z - 2 \cdot V_{Kegel}$
$V_{Abfall} = 502{,}65 - 167{,}55$
$V_{Abfall} = 335{,}1\ cm^3$

Das Volumen des Abfalls beträgt $335{,}1\ cm^3$.

Berechnung des Oberflächeninhalts des Doppelkegels:

1. Seitenkante s eines Kegels:



Nach dem Satz des Pythagoras gilt:
$r^2 + h_K^2 = s^2$
$4^2 + 5^2 = s^2$
$s^2 = 16 + 25$
$s^2 = 41 \qquad | \sqrt{}$
$s = 6{,}4\ cm$

2. Oberflächeninhalt des Doppelkegels:

$2 \cdot O_{Kegel} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + s)$

$2 \cdot O_{Kegel} = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot (4 + 6{,}4)$

$2 \cdot O_{Kegel} = 261{,}4\ \text{cm}^2$

Der Oberflächeninhalt des Doppelkegels beträgt etwa 261,4 cm².

b) Begründung, warum das Dreieck ABC rechtwinklig ist:
Da über der Strecke $\overline{AB}$ der Thaleskreis eingezeichnet ist und der Punkt C auf der Kreislinie liegt, muss das Dreieck nach dem Thalessatz rechtwinklig sein.

Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks ABC:

1. Berechnung der Kathete $\overline{AC}$ nach dem Satz des Pythagoras:

$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2$

$\overline{AC}^2 + 8^2 = 10^2$

$\overline{AC}^2 + 64 = 100 \qquad | -64$

$\overline{AC}^2 = 36 \qquad | \sqrt{}$

$\overline{AC} = 6\ \text{cm}$

2. Berechnung des Flächeninhalts A_D des Dreiecks ABC:

$A_D = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$

$A_D = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8$

$A_D = 24\ \text{cm}^2$

Berechnung des prozentualen Anteils der Dreiecksfläche an der Gesamtfläche des Halbkreises:

1. Berechnung des Flächeninhalts A_{Halb} des Halbkreises:

$A_{Halb} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2$

$A_{Halb} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \overline{AM}^2$

$A_{Halb} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5^2$

$A_{Halb} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 25$

$A_{Halb} = 39{,}27\ \text{cm}^2$

2. Berechnung des prozentualen Anteils der Dreiecksfläche an der Gesamtfläche des Halbkreises:

$W = G \cdot \frac{p}{100}$

$24 = 39{,}27 \cdot \frac{p}{100} \qquad | : 39{,}27 \qquad | \cdot 100$

$p = 61{,}1\,\%$

Berechnung der Menge an Farbe, die für die blaue Fläche benötigt wird:

1. Berechnung des Flächeninhalts A_{blau} der blauen Fläche:

   $A_{blau} = A_{Halb} - A_D$

   $A_{blau} = 39{,}27 - 24$

   $A_{blau} = 15{,}27 \text{ cm}^2$

2. Berechnung der Menge an Farbe, die für die blaue Fläche benötigt wird:

   $A_{blau} = 15{,}27 \text{ cm}^2$

   $1{,}5 \text{ m}^2 = 15\,000 \text{ cm}^2$

   $1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$

Dreisatz:

	Fläche (in cm²)	Farbe (in ml)	
: 15 000	15 000	1000	: 15 000
	1	0,0667	
· 15,27	15,27	1,02	· 15,27

Zum Färben der blauen Fläche benötigt man etwa 1 ml Farbe.

Aufgabe 3

a) Volumen des Schwimmbeckens:

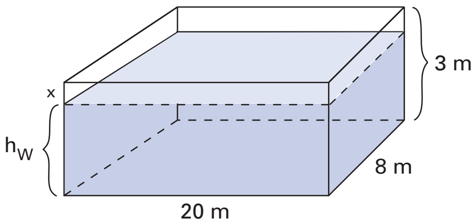
$V = 20 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} \cdot 3 \text{ m}$

$V = 480 \text{ m}^3$

$100\% \triangleq 480 \text{ m}^3$

$85\% \triangleq \dfrac{480 \text{ m}^3 \cdot 85}{100}$

$= 408 \text{ m}^3 \Rightarrow V_W$



Berechnung der Wasserhöhe h_W:

$V_W = 20 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} \cdot h_W \qquad | : (20 \text{ m} \cdot 8 \text{ m})$

$h_W = \dfrac{V_W}{(20 \text{ m} \cdot 8 \text{ m})}$

$h_W = \dfrac{408 \text{ m}^3}{160 \text{ m}^2}$

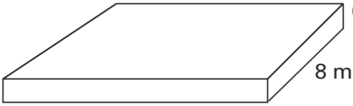
$h_W = 2{,}55 \text{ m}$

$x = 3 \text{ m} - 2{,}55 \text{ m}$

$x = 0{,}45 \text{ m}$

Zwischen Wasseroberfläche und Beckenrand liegen 45 cm.

Diese Wassermenge muss nachgefüllt werden:



$V_{Rest} = 20 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} \cdot 0{,}45 \text{ m}$
$V_{Rest} = 72 \text{ m}^3 \quad \Rightarrow \quad V_{Rest} = 72\,000 \text{ dm}^3$

$\boxed{1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ Liter}}$

Es müssen 72 000 Liter nachgefüllt werden.

$72\,000 \text{ l} : 15 \frac{\text{l}}{\text{s}} = 4800 \text{ s}$

Der Füllvorgang dauert 4800 Sekunden.

$4800 \text{ s} : 60 \quad \Rightarrow \quad 80 \text{ min} \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ h } 20 \text{ min}$

Der Füllvorgang dauert 1 h 20 min.

b) Zunächst muss das Volumen von 4,5 Millionen Liter in m^3 umgewandelt werden, um danach in den weiteren Berechnungen die Maße des Aquariums (in m) verwenden zu können:
4 500 000 Liter = 4 500 000 dm^3 = 4500 m^3.

Das Aquarium besteht aus einem Quader, aus dem ein halber Zylinder herausgeschnitten ist.

Volumen-Formel des Quaders: $V_Q = a \cdot b \cdot c$
Volumen-Formel des Zylinders: $V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h$
und damit $0{,}5 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ für einen halben Zylinder.

Die Variable x steht für die gesuchte Wasserhöhe (in m) im Aquarium. Damit kann nun folgende Gleichung aufgestellt werden:

Wasservolumen im Quader mit Wasserhöhe x – Volumen des halben Zylinders
= Wasservolumen im Aquarium

$36 \text{ m} \cdot 30 \text{ m} \cdot x - 0{,}5 \cdot \pi \cdot (3 \text{ m})^2 \cdot 30 \text{ m} = 4500 \text{ m}^3$
$1080 \text{ m}^2 \cdot x - 0{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot 9 \text{ m}^2 \cdot 30 \text{ m} = 4500 \text{ m}^3$
$1080 \text{ m}^2 \cdot x - 423{,}9 \text{ m}^3 = 4500 \text{ m}^3 \qquad | + 423{,}9 \text{ m}^3$
$1080 \text{ m}^2 \cdot x = 4923{,}9 \text{ m}^3 \qquad | : 1080 \text{ m}^2$
$x \approx 4{,}56 \text{ m}$

Das Wasser steht 4,56 m hoch im Aquarium.

Gesucht ist der Flächeninhalt des halben Zylindermantels.
Formel für die Mantelfläche des Zylinders: $M = 2\pi rh$ und damit πrh für die halbe Mantelfläche.
Der gesuchte Flächeninhalt ist also:
$\pi \cdot (3 \text{ m}) \cdot (30 \text{ m}) = 3{,}14 \cdot 90 \text{ m}^2 = 282{,}6 \text{ m}^2$

Die zu reinigende Fläche beträgt 282,6 m^2.