pauker.

Werkrealschule2023

Mittlerer Abschluss Baden-Württemberg

Lösungen Mathematik Muster V

Mathematik

hutt lernhilfen

10

Teil A1

Aufgabe 1

$$10x + x^2 = -24 \qquad | + 24$$
$$x^2 + 10x + 24 = 0$$

Diskriminante $D = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c = \left(\frac{10}{2}\right)^2 - 24 = 5^2 - 24 = 25 - 24 = 1 > 0$

Da $D > 0$ ist, hat die Gleichung zwei Lösungen.

Aufgabe 2

x steht für die Anzahl an Zweibettzimmern
y steht für die Anzahl an Vierbettzimmern

Aus den Angaben im Text kann man folgendes lineares Gleichungssystem aufstellen:

(I) $x + y = 84$
(II) $2x + 4y = 288$

Lösung des Gleichungssystems mit dem Einsetzverfahren (andere Verfahren sind ebenfalls möglich):

(I a) $x = 84 - y$

Einsetzen des Terms $84 - y$ für x in Gleichung II:

(II a)
$$\begin{aligned} 2(84 - y) + 4y &= 288 && | \text{ Klammer auflösen} \\ 168 - 2y + 4y &= 288 && | \text{ zusammenfassen} \\ 168 + 2y &= 288 && | - 168 \\ 2y &= 120 && | : 2 \\ y &= 60 \end{aligned}$$

Einsetzen des Wertes $y = 60$ in (z. B.) Gleichung (I):

$$\begin{aligned} x + 60 &= 84 && | - 60 \\ x &= 24 \end{aligned}$$

Die Jugendherberge hat 24 Zweibettzimmer und 60 Vierbettzimmer.

Aufgabe 3

Es sind die Rechtecke A und D.

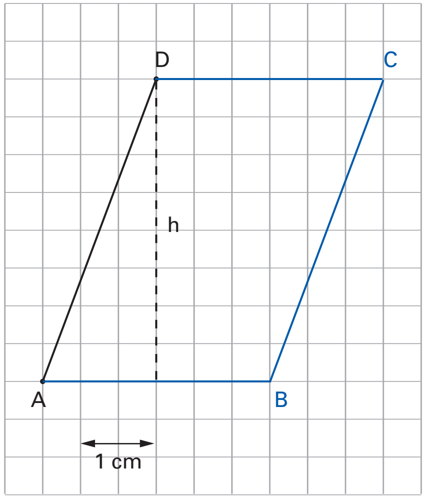
Aufgabe 4

Aus der Zeichnung kann man die Höhe h ablesen: h = 4 cm

$A_{Parallelogramm} = \overline{AB} \cdot h$

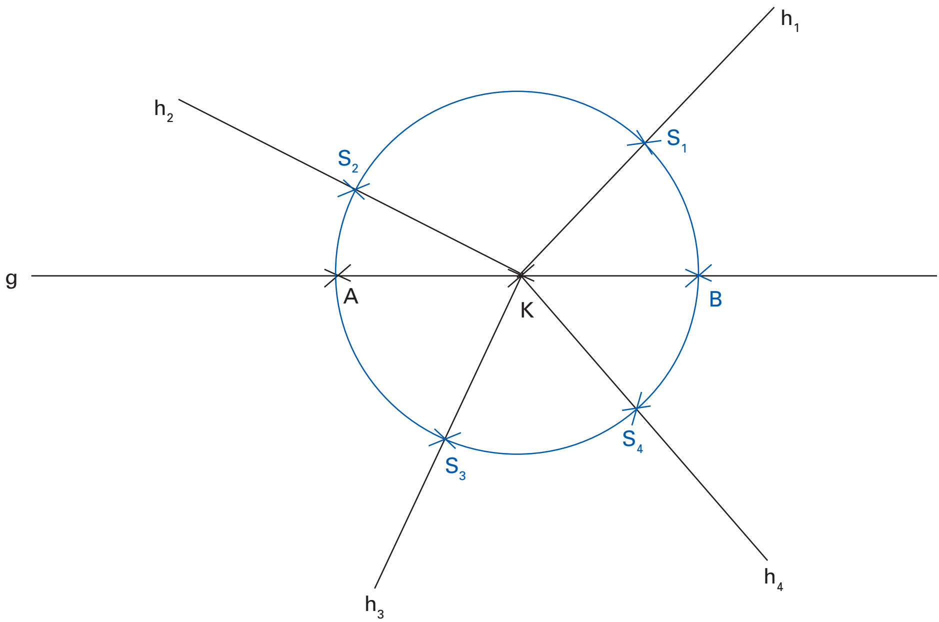
$12 = \overline{AB} \cdot 4 \quad | : 4$

$\overline{AB} = 3$ cm



Aufgabe 5

Die vier Schnittpunkte werden mit S_1, S_2, S_3 und S_4 bezeichnet.



Da es sich bei dem Kreis um den Thaleskreis über der Strecke $\overline{AB}$ handelt, sind die vier möglichen Dreiecke ABS_1, ABS_2, AS_3B und AS_4B alle rechtwinklig.

Aufgabe 6

Gerade g: $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Gerade h: $y = -\frac{1}{4}x - 2$

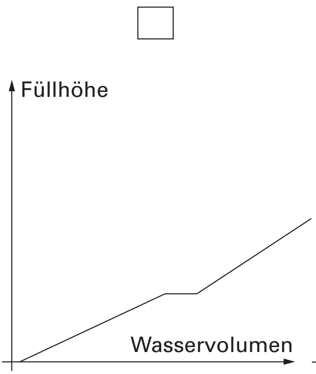
Gerade k: $y = 5x - 1$

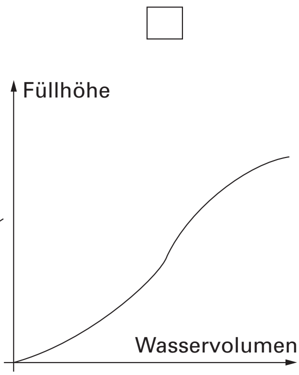
Aufgabe 7

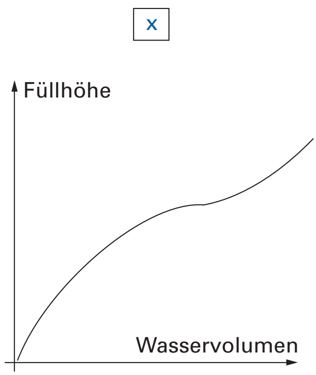
$\sin(\alpha)$: $\frac{h}{b} = \frac{a}{c_1 + c_2}$ $\sin(\beta)$: $\frac{h}{a} = \frac{b}{c_1 + c_2}$ $\sin(\gamma_1)$: $\frac{c_1}{b}$

$\tan(\alpha)$: $\frac{a}{b} = \frac{h}{c_1}$ $\tan(\beta)$: $\frac{b}{a} = \frac{h}{c_2}$ $\tan(\gamma_2)$: $\frac{c_2}{h}$

Aufgabe 8







Aufgabe 9

a) Wenn in der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ gilt, dass $a < 0$ ist, dann ist die zugehörige Parabel **nach unten** geöffnet.

b) Wenn in der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ gilt, dass $c > 0$ ist, dann liegt der Scheitelpunkt der zugehörigen Parabel **oberhalb** der x-Achse.

c) Wenn in der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ gilt, dass $0 < a < 1$ ist, dann ist die zugehörige Parabel **breiter** als die Normalparabel.

d) Wenn in der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ gilt, dass sowohl $a < -1$ als auch $c < 0$ ist, dann ist die zugehörige Parabel **nach unten** geöffnet und **schmaler** als die Normalparabel. Außerdem liegt ihr Scheitelpunkt **unterhalb** der x-Achse.

Aufgabe 10

Alle möglichen zweistelligen Zahlen (also alle möglichen Ergebnisse des Zufallsversuchs):

12	21	51	61
15	25	52	62
16	26	56	65

Alle durch vier teilbaren Zahlen (also alle „günstigen" Ergebnisse):

12; 16; 52; 56

Damit gilt: P(durch vier teilbare Zahl) $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 33{,}3\%$

Teil A2

Aufgabe 1

Die Funktionsgleichungen sind: p_1: $y = -x^2 + 2$ und p_2: $y = x^2 - 1$.
Gleichsetzen der beiden Parabelgleichungen ergibt:

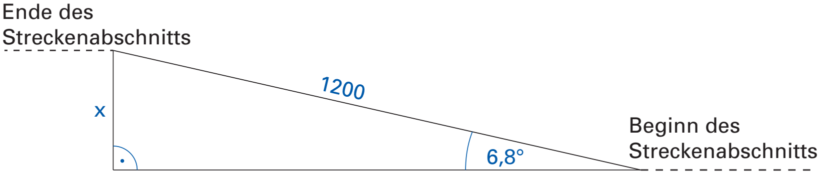
$$\begin{aligned} -x^2 + 2 &= x^2 - 1 && \mid -x^2 \quad \mid -2 \\ -2x^2 &= -3 && \mid :(-2) \\ x^2 &= 1{,}5 && \mid \sqrt{} \\ x_1 &= \sqrt{1{,}5}\ (\approx 1{,}22); \quad x_2 = -\sqrt{1{,}5}\ (\approx -1{,}22) \end{aligned}$$

Einsetzen der beiden gefundenen Lösungen x_1 und x_2 in eine der beiden Parabelgleichungen (hier in die von p_2) ergibt:

$y_1 = \sqrt{1{,}5}^2 - 1 = 1{,}5 - 1 = 0{,}5$
$y_2 = (-\sqrt{1{,}5})^2 - 1 = 1{,}5 - 1 = 0{,}5$

Damit gilt für die beiden Schnittpunkte: S_1 ($\sqrt{1{,}5}$ I 0,5) und S_2 ($-\sqrt{1{,}5}$ I 0,5) oder (gerundet) S_1 (1,22 I 0,5) und S_2 (-1,22 I 0,5)

Aufgabe 2



Berechnung der vom Autofahrer benötigten Zeit für die 1200 m lange Strecke:
Die Formel für die Geschwindigkeit ist $v = \frac{s}{t}$, wobei v für die Geschwindigkeit, s für die zurückgelegte Strecke und t für die benötigte Zeit steht. Da in der Aufgabenstellung v und s gegeben sind und die Zeit t gesucht wird, muss die Formel nach t umgestellt werden:

$$v = \frac{s}{t} \qquad | \cdot t$$
$$v \cdot t = s \qquad | : v$$
$$t = \frac{s}{v}$$
$$t = \frac{1,2}{36} \qquad \text{(beachten Sie, dass 1200 m = 1,2 km)}$$

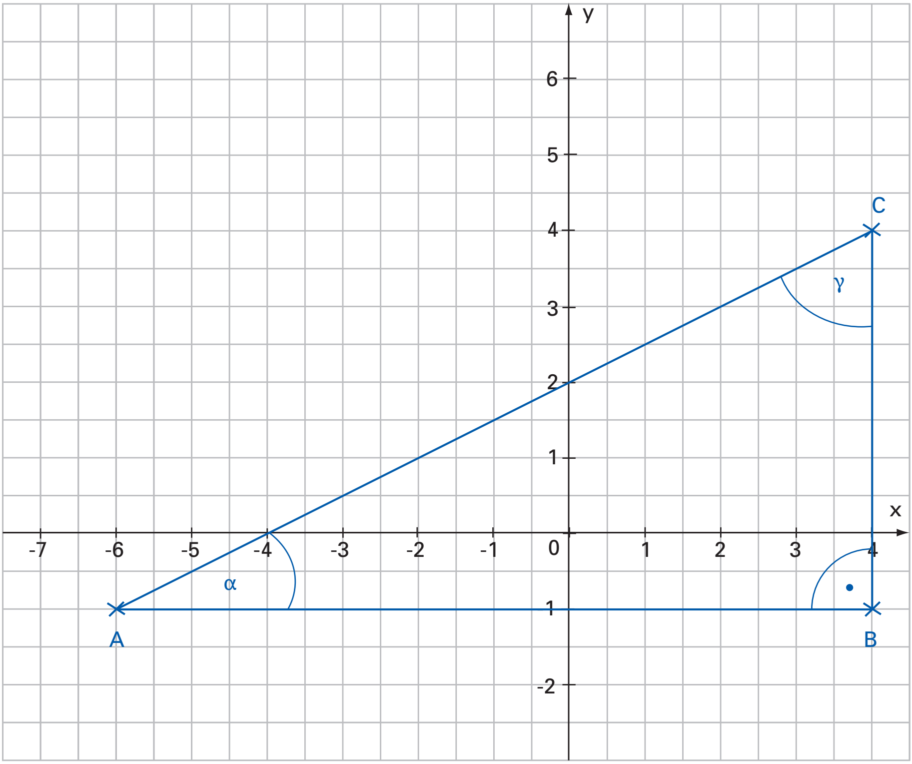
Der Autofahrer benötigt für die Fahrt etwa $\frac{1,2}{36}$ h $= \frac{12}{360}$ h $= \frac{1}{30}$ h = 2 min

Berechnung des Gewinns an Höhenmetern der Straße auf der 1200 m langen Strecke:
Aus der Grafik lässt sich ablesen, dass gilt:

$$\sin(6,8°) = \frac{x}{1200} \qquad | \cdot 1200$$
$$x = \sin(6,8°) \cdot 1200$$
$$x = 142,08$$

Die Straße gewinnt auf der 1200 m langen Bergstrecke etwa 142 m an Höhe.

Aufgabe 3



Bestimmung der Koordinaten des Punktes C:
Der rechte Winkel liegt bei B und man kann aus der Zeichnung ablesen, dass die Kathete $\overline{AB}$ 10 cm lang ist. Die andere Kathete $\overline{BC}$ ist laut Aufgabenstellung halb so lang wie $\overline{AB}$, also gilt: $\overline{BC}$ = 5 cm. Mit diesen Informationen kann man den Punkt C nun einzeichnen. Es gilt: C (4 I 4).

Berechnung der Innenwinkel:

1. Für den Winkel β gilt: β = 90°
   Aus der Zeichnung kann man ablesen, dass gilt:

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}(0{,}5)$$
$$\alpha = 26{,}6°$$

2. Nach der Winkelsumme im Dreieck gilt:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$
$$26{,}6° + 90° + \gamma = 180°$$
$$\gamma + 116{,}6° = 180° \qquad | -116{,}6°$$
$$\gamma = 63{,}4°$$

Damit gilt: $\alpha = 26{,}6°$; $\beta = 90°$; $\gamma = 63{,}4°$

Berechnung der Seitenlängen:

1. Die Seitenlängen $\overline{AB} = 10$ cm und $\overline{BC} = 5$ cm sind bereits bekannt.
2. Im rechtwinkligen Dreieck ABC gilt:

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 \qquad \text{(Pythagoras)}$$
$$10^2 + 5^2 = \overline{AC}^2$$
$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 + 5^2}$$
$$\overline{AC} = 11{,}2 \text{ cm}$$

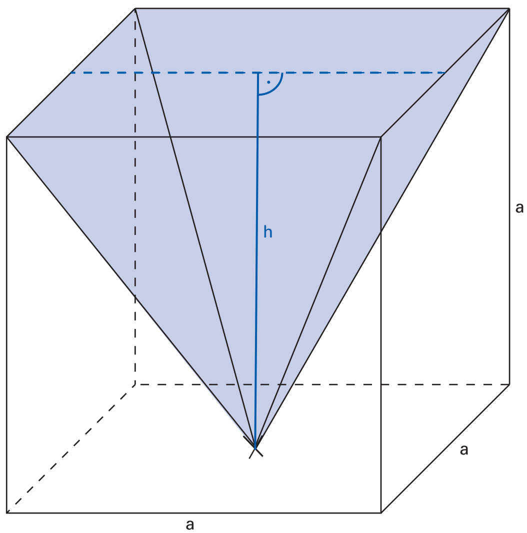
Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks ABC:

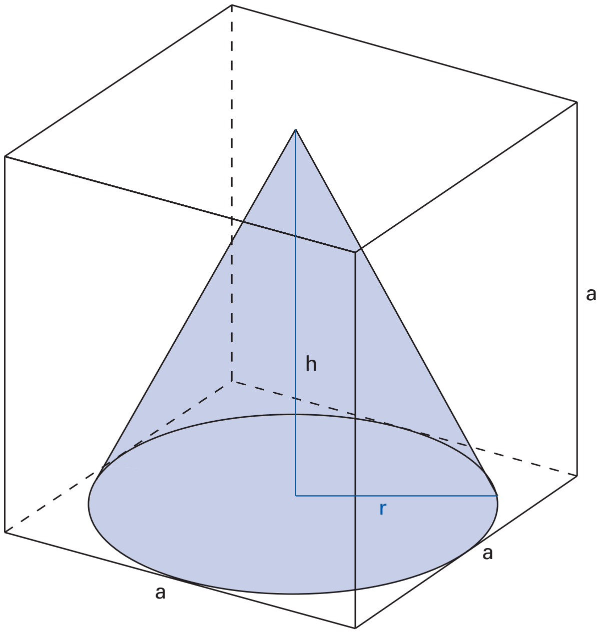
$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$
$$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC}$$
$$A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5$$
$$A = 25 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 4

$$V_{Rest} = V_{Würfel} - V_{Pyramide}$$
$$V_{Rest} = a^3 - \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$
$$V_{Rest} = a^3 - \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$
$$V_{Rest} = 8^3 - \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 8$$
$$V_{Rest} = 341{,}33$$

Der Restkörper hat ein Volumen von $341{,}3 \text{ cm}^3$.





Berechnung des Volumens des herausgefrästen Kegels:
Wie man der Grafik entnehmen kann, hat der Kegel als Grundfläche einen Kreis mit dem Durchmesser a (= 8 cm). Der Radius des Grundkreises ist also 8 cm : 2 = 4 cm.
Die Höhe des Kegels kann man ebenfalls der Grafik entnehmen, sie ist a (= 8 cm).

$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 134{,}04$

$V_{Kegel} = 134{,}04$

Das Volumen des Kegels beträgt etwa 134 cm^3.

Vergleich der Volumina von Pyramide und Kegel:
Das Volumen der Pyramide ist 170,67 cm^3 und ist damit größer als das Volumen des Kegels.

Berechnung des Prozentsatzes, um den das Volumen des größeren Körpers (Pyramide) das Volumen des kleineren Körpers (Kegel) übersteigt:
170,67 – 134,04 = 36,63

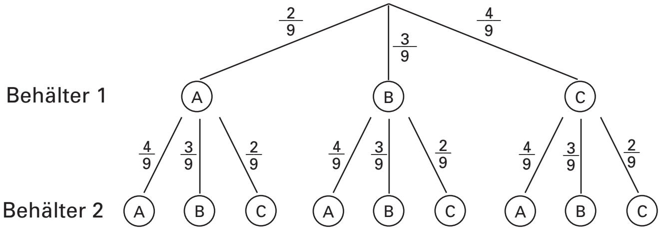
$W = G \cdot \frac{p}{100}$

$36{,}63 = 134{,}04 \cdot \frac{p}{100} \qquad | : 134{,}04 \qquad | \cdot 100$

$p = 27{,}33\%$

Das Volumen der Pyramide ist etwa um 27,3% größer als das des Kegels.

Aufgabe 5



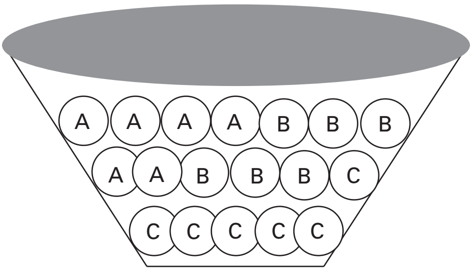
Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass jeweils der gleiche Buchstabe aus Behälter 1 und Behälter 2 gezogen wird:

P(„Gleicher Buchstabe aus Behälter 1 und Behälter 2“)

$= P(A; A) + P(B; B) + P(C; C) = \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{9} \cdot = \frac{25}{81} = 30{,}9\%$

Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleiche Buchstaben aus Behälter 3 gezogen werden:

Behälter 3



In diesem Fall werden die beiden Kugeln gleichzeitig aus einem einzigen Behälter gezogen. Dies bedeutet, dass es sich um Ziehen ohne Zurücklegen handelt. Behälter 3 enthält zu Beginn 6 Kugeln mit dem Buchstaben A, 6 Kugeln mit dem Buchstaben B und 6 Kugeln mit dem Buchstaben C.

P(„Zwei gleiche Buchstaben aus Behälter 3“)

$= P(A; A) + P(B; B) + P(C; C) = \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{17} + \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{17} + \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{17} = \frac{90}{306} = 29{,}4\%$

Die Wahrscheinlichkeit ist etwas kleiner als zuvor.

Aufgabe 6

Berechnung des Endkapitals nach 3 Jahren:
Die Zinseszinsformel lautet: $K_n = K_0 \cdot q^n$
Wenn man die Angaben aus der Aufgabenstellung in die Formel einsetzt, ergibt sich:
$K_3 = 120\,000 \cdot 1{,}011^3$
$K_3 = 124\,003{,}72$

Das Guthaben beträgt nach 3 Jahren 124 003,72 €.

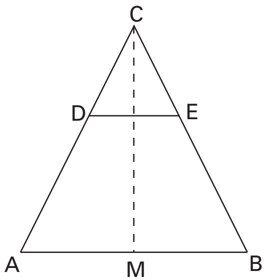
Bestimmung der Anzahl an Jahren, nach denen das Guthaben erstmals 130 000 € übersteigt:
$K_n = 120\,000 \cdot 1{,}011^n$
Systematisches Probieren mit dem Taschenrechner ergibt z. B.:
$n = 9$: $K_9 = 120\,000 \cdot 1{,}011^9 = 132\,416{,}36$
$n = 7$: $K_7 = 120\,000 \cdot 1{,}011^7 = 129\,550{,}57$
$n = 8$: $K_8 = 120\,000 \cdot 1{,}011^8 = 130\,975{,}63$

Das Guthaben übersteigt erstmals nach 8 Jahren den Betrag von 130 000 €.

Aufgabe 7

a) $\overline{AD} + \overline{DC} = \overline{AC}$

$$2 \cdot \overline{DC} + \overline{DC} = 15\text{ cm}$$
$$3 \cdot \overline{DC} = 15\text{ cm} \qquad |:3$$
$$\overline{DC} = 5\text{ cm} \qquad \Rightarrow \overline{AD} = 10\text{ cm}$$



b) Nach dem **Strahlensatz** gilt:

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{CA}} \qquad | \cdot \overline{AB}$$

$$\overline{DE} = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{AB}}{\overline{CA}}$$

$$\overline{DE} = \frac{5\text{ cm} \cdot 12\text{ cm}}{15\text{ cm}}$$

$$\overline{DE} = 4\text{ cm}$$

Aufgabe 8

Berechnung der Anzahl (sowie des prozentualen Anteils) der im Jahr 2010 verunglückten Mopedfahrer/-innen:
Anzahl verunglückter Motorradfahrer/-innen: 24,5644% von 109 789 = 109 789 · 0,245644 = 26 969 109 789 – 5253 – 26 969 – 65 573 = 11 994

11 994 Mopedfahrer/-innen verunglückten im Jahr 2010.

$$W = G \cdot \frac{p}{100}$$

$$11\,994 = 109\,789 \cdot \frac{p}{100} \qquad |: 109\,789 \qquad | \cdot 100$$

$$p = 10{,}9246\,\%$$

10,9246% aller verunglückten Zweiradfahrer/-innen waren Mopedfahrer/-innen.

Berechnung des prozentualen Anteils der verunglückten Fahrradfahrer/-innen ohne Helm an der Gesamtzahl aller verunglückten Zweiradfahrer/-innen:
Anzahl der verunglückten Fahrradfahrer/-innen ohne Helm:
15,1221% von 65 573 = 65 573 · 0,151221 = 9916

$$W = G \cdot \frac{p}{100}$$

$$9916 = 109\,789 \cdot \frac{p}{100} \qquad |: 109\,789 \qquad | \cdot 100$$

$$p = 9{,}0319\,\%$$

9,0319% aller verunglückten Zweiradfahrer/-innen waren Fahrradfahrer/-innen ohne Helm.

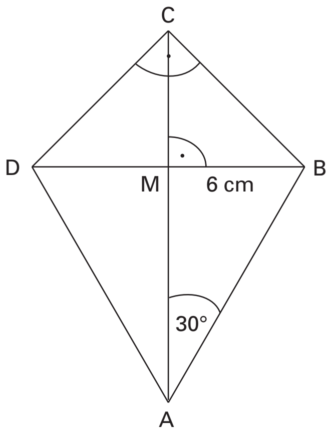
Teil B

Aufgabe 1

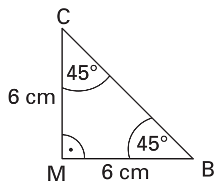
a) $\sin 30° = \frac{6\text{ cm}}{\overline{AB}}$

$$\overline{AB} = \frac{6\text{ cm}}{\sin 30°}$$

$$\overline{AB} = 12\text{ cm}$$



$\triangle$ MBC ist gleichschenklig-rechtwinklig.
$\Rightarrow \overline{MC} = 6$ cm



Berechnung von $\overline{AM}$ mit dem Satz des Pythagoras.

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

$$
\begin{aligned}
\overline{AM}^2 + \overline{MB}^2 &= \overline{AB}^2 && \mid -\overline{MB}^2\\
\overline{AM}^2 &= \overline{AB}^2 - \overline{MB}^2\\
\overline{AM}^2 &= (12\ \text{cm})^2 - (6\ \text{cm})^2 && \mid \sqrt{\ }\\
\overline{AM} &= 10{,}39\ \text{cm}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \quad \overline{AC} &= \overline{AM} + \overline{MC}\\
\overline{AC} &= 10{,}39\ \text{cm} + 6\ \text{cm}\\
\overline{AC} &= 16{,}39\ \text{cm}
\end{aligned}
$$

Berechnung des Umfangs des Drachenvierecks:

1. Im Drachenviereck gilt: $\overline{AB} = \overline{AD}$ und $\overline{BC} = \overline{DC}$, daher genügt es zur Berechnung des Umfangs zunächst, nur $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ zu berechnen.

2. Die Länge der Strecke $\overline{AB}$ wurde bereits berechnet: $\overline{AB} = 12$ cm (siehe oben).

3. Im rechtwinkligen Dreieck MBC gilt mit dem Satz des Pythagoras:
$$
\begin{aligned}
\overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 &= \overline{BC}^2\\
6^2 + 6^2 &= \overline{BC}^2\\
\overline{BC}^2 &= 72 && \mid \sqrt{\ }\\
\overline{BC} &= 8{,}5\ \text{cm}
\end{aligned}
$$

4. Damit gilt für den Umfang des Drachenvierecks:
$$
\begin{aligned}
u &= \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{BC} + \overline{DC}\\
u &= 12 + 12 + 8{,}5 + 8{,}5\\
u &= 41\ \text{cm}
\end{aligned}
$$
Der Umfang des Drachenvierecks beträgt etwa 41 cm.

b) Begründung der Funktionsgleichung von p_2:
Die Parabel p_2 ist nach oben geöffnet. Mithilfe der Parabelschablone kann man nachweisen, dass p_2 dieselbe Form wie die Normalparabel hat. Der Scheitelpunkt von p_2 ist (0 I 7). Aus diesen Überlegungen folgt, dass die Funktionsgleichung für p_2 die Gleichung $y = x^2 + 7$ ist.

Berechnung der Schnittpunkte von p_1 und p_2:
Gleichsetzen der beiden Parabelgleichungen ergibt:

$$
\begin{aligned}
2x^2 - 2 &= x^2 + 7 && \mid -x^2\\
x^2 - 2 &= 7 && \mid +2\\
x^2 &= 9 && \mid \sqrt{\ }\\
x_1 &= 3; \qquad x_2 = -3
\end{aligned}
$$

Einsetzen der beiden gefundenen Lösungen x_1 und x_2, z. B. in die Gleichung von p_2, ergibt:
$y_1 = 3^2 + 7 = 9 + 7 = 16$
$y_2 = (-3)^2 + 7 = 9 + 7 = 16$

Damit gilt für die beiden Schnittpunkte: A (3 I 16) und B (-3 I 16).

Ermittlung und Begründung der Bedingung für den Faktor a:
Die Parabeln p_1 und p_3 haben beide den Scheitelpunkt S (0 I -2), denn dieser ist unabhängig von a. Damit haben sie diesen Punkt S gemeinsam. Damit sie keinen weiteren Punkt gemeinsam haben, muss $a \neq 2$ sein, denn dann ist die Parabel p_3 entweder breiter oder schmaler als die Parabel p_1 und damit hätten sie keinen weiteren Punkt (außer dem Scheitelpunkt) gemeinsam. Wenn $a = 2$ ist, dann sind die beiden Parabelgleichungen identisch. Dann haben die beiden Parabeln alle Punkte (also unendlich viele) gemeinsam. Deshalb muss die Bedingung $a \neq 2$ sein.

Aufgabe 2

a) Berechnung der Höhe $\overline{MS}$ der Pyramide:

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$
$$144 = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot \overline{MS}$$
$$144 = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot \overline{MS}$$
$$144 = 12 \cdot \overline{MS} \qquad | : 12$$
$$\overline{MS} = 12 \text{ cm}$$

Die Höhe $\overline{MS}$ der Pyramide beträgt 12 cm.

Berechnung des Flächeninhaltes des Quadrates EFGH:

1. $\overline{AS} = \overline{AE} + \overline{ES}$
   $\overline{AS} = 5 + 7{,}7$
   $\overline{AS} = 12{,}7$ cm

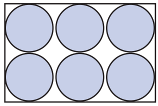
2. Nach dem 2. Strahlensatz gilt:
   $$\frac{\overline{ES}}{\overline{AS}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}}$$
   $$\frac{7{,}7}{12{,}7} = \frac{\overline{EF}}{6} \qquad | \cdot 6$$
   $$\overline{EF} = \frac{7{,}7}{12{,}7} \cdot 6$$
   $$\overline{EF} = 3{,}6 \text{ cm}$$

3. Der Flächeninhalt A des Quadrates EFGH berechnet sich mit
   $A = \overline{EF}^2$
   $A = 3{,}6^2$
   $A = 12{,}96 \text{ cm}^2$

   Der Flächeninhalt des Quadrates EFGH beträgt etwa 13 cm^2.

Prüfungen

b) Der Durchmesser eines Kreises beträgt 12 cm : 3 = 4 cm.
$\Rightarrow$ Der Holzbalken muss 2 · 4 cm = 8 cm hoch sein.


12 cm

$\boxed{V_Z = r^2\pi \cdot h}$

r = 4 cm : 2 = 2 cm
h = 60 cm

0,6 m = 60 cm

$V = (2\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 60\text{ cm}$
$V = 753{,}98\text{ cm}^3$

$753{,}98\text{ cm}^3 \cdot 6 = 4523{,}88\text{ cm}^3$

Die sechs Zylinder haben zusammen ein Volumen von 4523,88 cm^3.

1. Schritt:
Berechnung des Quadervolumens:

$\boxed{V_Q = a \cdot b \cdot c}$ a = 12 cm b = 8 cm c = 60 cm

$V = 12\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} \cdot 60\text{ cm}$
$V = 5760\text{ cm}^3$

2. Schritt:
Berechnung des Abfalls:

$V_{Abfall} = 5760\text{ cm}^3 - 4523{,}88\text{ cm}^3$
$V_{Abfall} = 1236{,}12\text{ cm}^3$

3. Schritt:
Berechnung des prozentualen Anteils des Abfalls:

$$W = G \cdot \frac{p}{100}$$
$$1236{,}12 = 5760 \cdot \frac{p}{100} \qquad | : 5760 \qquad | \cdot 100$$
$$p = 21{,}5\%$$

Der prozentuale Anteil des Abfalls beträgt 21,5%.

4. Schritt:
Berechnung des Würfelvolumens:

$\boxed{V_W = a^3}$ a = 11 cm $\Rightarrow$ $V_{Würfel} = (11\text{ cm})^3$
$V_{Würfel} = 1331\text{ cm}^3$

$1331\text{ cm}^3 > 1236{,}12\text{ cm}^3$

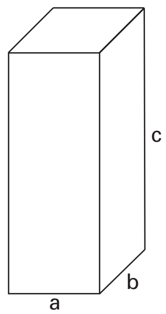
Der Abfall als Sägemehl passt in den Würfel.

Aufgabe 3

a) Die Schachtel ist ein Quader.

Volumen Quader: $\boxed{V = a \cdot b \cdot c}$

Oberfläche Quader: $\boxed{O = 2 \cdot (ab + ac + bc)}$

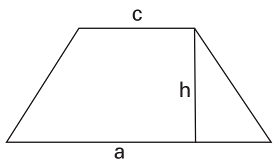


Die Schachtel ist oben, unten und an den Seiten jeweils 0,5 cm größer als die Tube. $\Rightarrow$
$a = 5$ cm $b = 5$ cm $c = 17$ cm
also
$V = 5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} \cdot 17\text{ cm} = 425\text{ cm}^3$
$O = 2\,(25\text{ cm}^2 + 85\text{ cm}^2 + 85\text{ cm}^2) = 390\text{ cm}^2$

Das Volumen beträgt 425 cm^3 und die Oberfläche beträgt 390 cm^2.

Es muss zusätzlich zur Oberfläche die Fläche der Laschen berechnet werden.
Die Laschen haben die Form eines Trapezes.

Flächeninhalt Trapez: $\boxed{A = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h}$



Seitenlasche: $h = 0{,}5$ cm $a = 17$ cm $c = 15$ cm

$A = \frac{1}{2}(17\text{ cm} + 15\text{ cm}) \cdot 0{,}5\text{ cm}$

$= 8\text{ cm}^2$

Lasche oben/unten: $h = 1$ cm $a = 5$ cm $c = 3$ cm

$A = \frac{1}{2} \cdot (5\text{ cm} + 3\text{ cm}) \cdot 1\text{ cm}$

$= 4\text{ cm}^2$

Oberfläche des Quaders + Fläche der Laschen:
$390\ cm^2 + 8\ cm^2 + 2 \cdot 4\ cm^2 = 406\ cm^2$

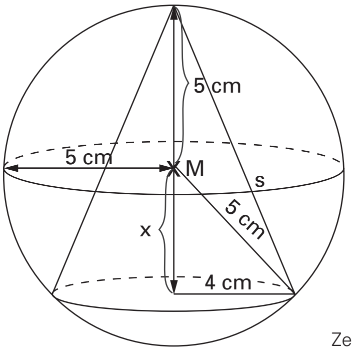
Es werden $406\ cm^2$ Pappe für die Faltschachtel benötigt.

$406\ cm^2 = 0{,}0406\ m^2$

$\boxed{1\ m^2 = 10\,000\ cm^2}$

$0{,}0406\ m^2 \cdot 0{,}20\ \frac{€}{m^2} = 0{,}00812\ €$
Die Pappe für eine Schachtel kostet 0,00812 €.

b) Zunächst werden in der Zeichnung Bezeichnungen, Maßangaben und Hilfslinien ergänzt, die für die Berechnungen notwendig sind.



Zeichnung nicht maßstabsgetreu

Generelles Vorgehen:
1. Zunächst kann man x bestimmen.
2. Dann kann mithilfe des gefundenen Wertes für x zunächst die Höhe h und dann die Seitenkante s des Kegels berechnet werden.
3. Anschließend wird mit der so errechneten Seitenkante s der gesuchte Oberflächeninhalt des Kegels ermittelt.

1. Mit dem **Satz des Pythagoras** kann x bestimmt werden:

$$x^2 + (4\ cm)^2 = (5\ cm)^2 \qquad | -(4\ cm)^2$$
$$x^2 = 25\ cm^2 - 16\ cm^2 \qquad | \sqrt{}$$
$$x = \sqrt{25\ cm^2 - 16\ cm^2} = \sqrt{9\ cm^2}$$
$$x = 3\ cm$$

2. Für die Höhe h des Kegels gilt (siehe Zeichnung): $h = 5\ cm + x = 5\ cm + 3\ cm = 8\ cm$
Mit dem **Satz des Pythagoras** gilt dann (siehe Zeichnung):

$$s^2 = r^2 + h^2$$
$$s^2 = (4\ cm)^2 + (8\ cm)^2$$
$$s^2 = 16\ cm^2 + 64\ cm^2$$
$$s^2 = 80\ cm^2 \qquad | \sqrt{}$$
$$s = \sqrt{80\ cm^2}$$
$$s \approx 8{,}9\ cm$$

3. Mit der Formel für den Oberflächeninhalt eines Kegels $O = r\pi(r + s)$ kann nun die gesuchte gold eingefärbte Fläche des Kegels ermittelt werden.

   $O = r\pi(r + s)$
   $O \approx (4\text{ cm}) \cdot (3{,}14) \cdot (4\text{ cm} + 8{,}9\text{ cm})$
   $O \approx 12{,}56\text{ cm} \cdot 12{,}9\text{ cm}$
   $O \approx 162\text{ cm}^2$

   Der Flächeninhalt der gold eingefärbten Fläche des Kegels beträgt etwa 162 cm^2.