pauker.

Werkrealschule2023

Mittlerer Abschluss Baden-Württemberg

Mathematik Musterprüfung II

Mathematik

10

hutt lernhilfen

Teil A1

Hinweis: In Teil A1 (10 Punkte) sind alle Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

Bestimmen Sie, wie viele Lösungen diese Gleichung hat.

$x(4 + x) = -2x - 9$

Aufgabe 2

Lösen Sie das Gleichungssystem.

(I) $3x = 7 - y$
(II) $3x = 4y + 32$

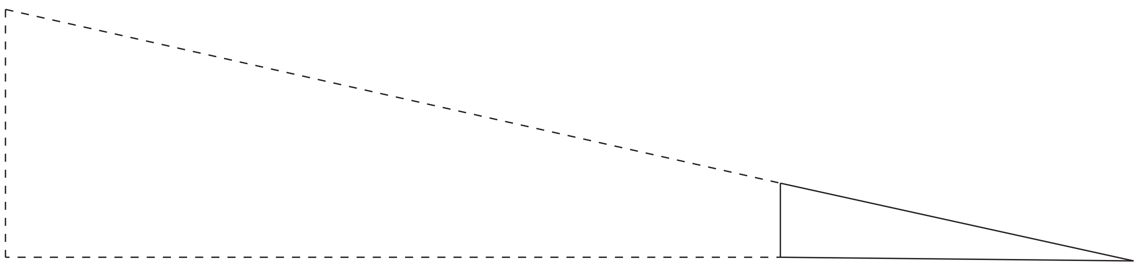
Aufgabe 3

Herr Matuschek kauft sich am 1. Januar ein neues Auto für 28 000 €. Jeder Neuwagen verliert im ersten Jahr etwa 25 %, im zweiten Jahr etwa 7% und in allen folgenden Jahren etwa 5% seines jeweiligen Wertes. Um einen Überblick über die Wertentwicklung seines Autos zu bekommen, erstellt Herr Matuschek eine Tabellenkalkulation für die ersten 5 Jahre. Geben Sie Formeln zur Berechnung der Zellen C2, C3, C4 und D5 an.

	A	B	C	D
1	**Jahr**	**Wert des Autos am Jahresanfang in €**	**Wertverlust des Autos in €**	**Wert des Autos am Jahresende in €**
2	1	28 000	7000	21 000
3	2	21 000,00	1470,00	19 530,00
4	3	19 530,00	976,50	18 553,50
5	4	18 553,50	927,68	17 625,82
6	5	17 625,82	881,29	16 744,53

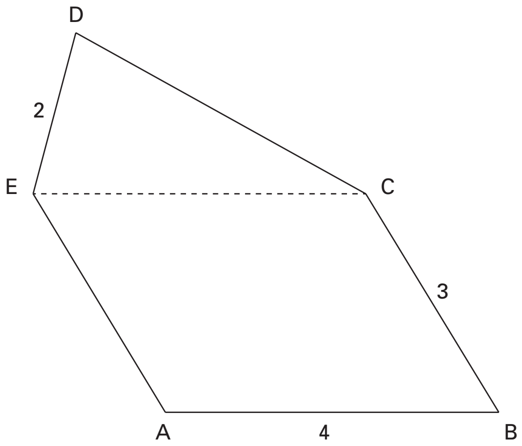
Aufgabe 4

Eine Zahnradbahn überwindet auf einem 60 m langen, gleichmäßig ansteigenden Teilstück 9 Höhenmeter. Berechnen Sie, wie viele Höhenmeter die Bahn überwinden würde, wenn die Strecke noch weitere 140 m mit gleichbleibender Steigung verlaufen würde. Markieren Sie zunächst alle wichtigen Angaben in der Skizze.



Aufgabe 5

Das Fünfeck ABCDE kann in ein Parallelogramm ABCE und ein gleichschenkliges Dreieck ECD zerlegt werden. Bestimmen Sie den Umfang des Fünfecks (Angaben in cm), ohne zu messen.



Aufgabe 6

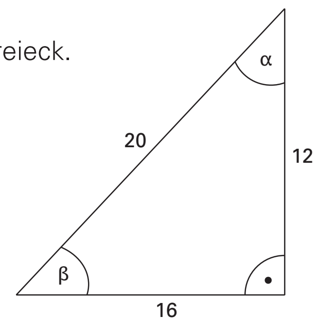
Eine Gerade hat die Steigung $m = \frac{2}{3}$. Die Gerade verläuft durch den Punkt P (0 I -3).
Zeichnen Sie die Gerade in ein Koordinatensystem mit LE = 1 cm.

Aufgabe 7

Berechnen Sie die trigonometrischen Seitenverhältnisse zum gegebenen Dreieck.
Geben Sie die Ergebnisse als vollständig gekürzte Brüche an.

sin(α): ________ sin(β): ________

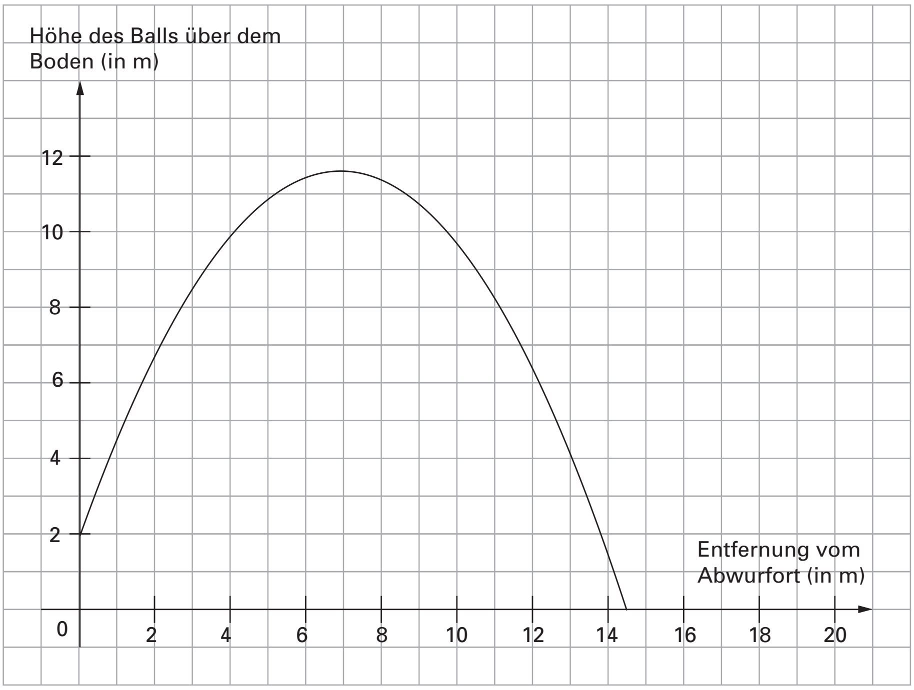
tan(α): ________ tan(β): ________



Aufgabe 8

Der Graph zeigt die Flugbahn eines Balles, der auf ebenem Boden in die Luft geworfen wird.
Die x-Achse gibt die Entfernung vom Abwurfort an und die y-Achse gibt die Höhe des Balls über dem ebenen Boden an. Bestimmen Sie näherungsweise mithilfe des Graphen,

- welche Höhe der Ball auf seiner Flugbahn maximal erreicht,
- in welcher Entfernung vom Abwurfort der Ball wieder auf den ebenen Boden fällt.



Aufgabe 9

Gegeben sind die Funktionsgleichungen der Parabeln p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 und p_6. Kreuzen Sie in der Tabelle alle zutreffenden Aussagen an.

p_1: $y = x^2 - 3$ p_2: $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ p_3: $y = -3x^2$

p_4: $y = -x^2 + 3$ p_5: $y = 3x^2 - 3$ p_6: $y = \frac{1}{3}x^2$

	Öffnung der Parabel		Form der Parabel im Vergleich zur Normalparabel		Lage des Scheitelpunkts der Parabel	
	nach oben	nach unten	breiter	schmaler	oberhalb der x-Achse	unterhalb der x-Achse
p_1						
p_2						
p_3						
p_4						
p_5						
p_6						

Aufgabe 10

In einer Schale (A) befinden sich eine blaue, eine rote und eine weiße Kugel.
In einer anderen Schale (B) befinden sich eine grüne, eine rote und eine weiße Kugel.
Sie ziehen, ohne hinzusehen, zunächst eine Kugel aus Schale A und legen sie hin.
Dann ziehen Sie eine Kugel aus Schale B und legen diese rechts daneben.

a) Geben Sie alle möglichen Kombinationen an.
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, zwei verschiedenfarbige Kugeln zu ziehen.

Teil A2

Hinweis: In Teil A2 (20 Punkte) sind alle Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengeräte

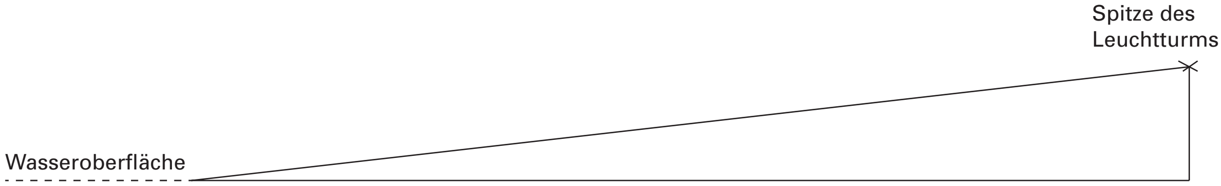
Aufgabe 1

Gegeben ist die Parabel p mit der Funktionsgleichung $y = 2x^2 - 12{,}5$.
Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S an und berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte mit der x-Achse.

Aufgabe 2

Ein Containerschiff fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $28\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ eine Strecke von 1300 km. Berechnen Sie die Fahrtzeit.

Das Radargerät des Schiffes ortet einen Leuchtturm, der 3,7 km vom Schiff entfernt ist. Laut Radargerät bildet die Leuchtturmspitze mit der Wasseroberfläche in dieser Entfernung einen Winkel von 0,5°. Berechnen Sie, wie hoch die Spitze des Leuchtturms über der Wasseroberfläche liegt. Tragen Sie dazu zunächst alle benötigten Angaben in die Skizze ein.



Aufgabe 3

Von einer Raute ABCD sind die Koordinaten der Punkte A (2 | -5), B (6 | -2) und C (2 | 1) gegeben.

- Zeichnen Sie die Punkte in ein Koordinatensystem (LE = 1 cm) und bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D.
- Berechnen Sie die Seitenlängen und die Innenwinkel der Raute.

Aufgabe 4

Der Erdumfang am Äquator beträgt etwa 40 000 km. Berechnen Sie das Volumen der Erdkugel. Geben Sie das Ergebnis in wissenschaftlicher Schreibweise an.

Ein Satellit umkreist die Erdkugel in einer Höhe von 300 km über der Erdoberfläche entlang der Äquatorlinie. Berechnen Sie die Strecke, die der Satellit bei einer Erdumrundung zurücklegt. Berechnen Sie außerdem, um wie viel Prozent die vom Satelliten zurückgelegte Strecke den Erdumfang übersteigt.

Aufgabe 5

In Robins Kleiderschrank liegen insgesamt 9 T-Shirts ungeordnet nebeneinander, einige davon mit Rundhalskragen (R) und einige mit V-Ausschnitt (V). Er greift, ohne hinzusehen, zweimal hintereinander ein T-Shirt aus dem Schrank. Beim ersten Herausgreifen erhält er ein T-Shirt mit V-Ausschnitt. Beim zweiten Herausgreifen erhält er mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{4}{8}$ ein T-Shirt mit Rundhalskragen.

- Erstellen Sie ein Baumdiagramm zu dieser Situation und ergänzen Sie alle Wahrscheinlichkeiten an den Pfaden. Geben Sie an, wie viele T-Shirts von jeder Sorte zu Beginn in Robins Schrank liegen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Robin bei diesem Zufallsexperiment jeweils ein T-Shirt der beiden Sorten herausgreift.

Nachdem Robin jeweils ein T-Shirt der beiden Sorten aus dem Schrank genommen hat, greift er nun wiederum hintereinander zwei T-Shirts aus dem Schrank. Ist die Wahrscheinlichkeit, noch einmal jeweils ein T-Shirt der beiden Sorten zu erhalten, kleiner oder größer als zuvor? Begründen Sie durch Rechnung.

Aufgabe 6

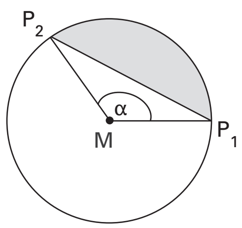
Eine Bank bietet für Geldanlagen über einen Zeitraum von 12 Jahren folgende Konditionen an: 0,8 % p. a. in den ersten 6 Jahren und 1,2 % p. a. in den folgenden 6 Jahren. Zinsen werden am Ende des Jahres mitverzinst.
Lars legt zu Beginn eines Jahres einen Betrag von 15 000 € bei dieser Bank an.

- Auf welches Guthaben ist das angelegte Geld nach 6 Jahren angewachsen?
- Nach wie vielen Jahren hat das Guthaben erstmals 16 500 € überschritten?

Aufgabe 7

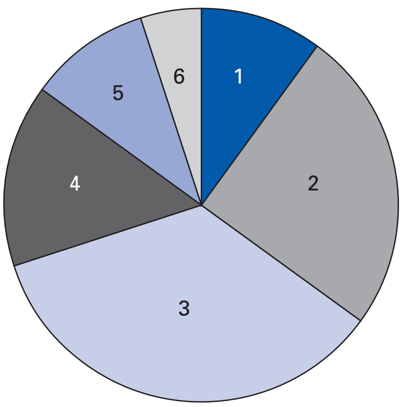
$\overline{P_1P_2} = 12$ cm $\qquad \alpha = 114°$

Berechnen Sie den Radius $r = \overline{MP_1}$.



Aufgabe 8

Das Kreisdiagramm zeigt das Ergebnis einer Umfrage, die unter 1500 Menschen im Alter von 18 bis 60 durchgeführt wurde. Die Teilnehmer/-innen der Umfrage wurden gefragt, wie sie zu ihrer Ausbildungs- oder Arbeitsstätte kommen.



1: E-Bike oder E-Scooter = 150 Personen
2: Fahrrad = 25%
3: Auto = ???
4: Öffentliche Verkehrsmittel = 225 Personen
5: Motorrad oder Mofa = 10%
6: Zu Fuß = 5%

- Berechnen Sie, wie viele der Befragten angegeben haben, dass sie mit dem Auto fahren. Wie viel Prozent aller Befragten waren das?
- Von den Befragten, die mit dem Fahrrad fahren, gaben 84 % an, dass sie sich sicherere Radwege wünschen. Wie viele der Befragten waren das?

Teil B

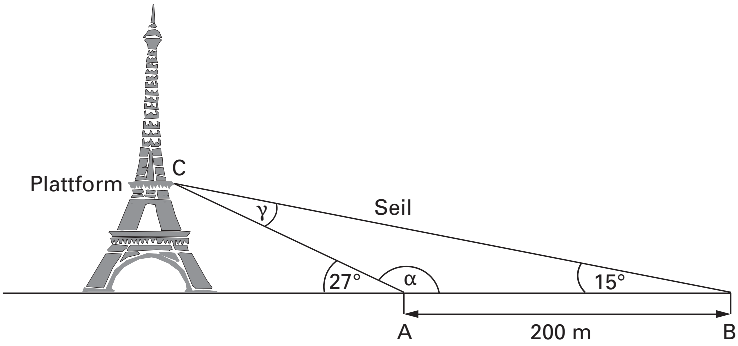
Hinweis: In Teil B (20 Punkte) sind zwei der drei Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

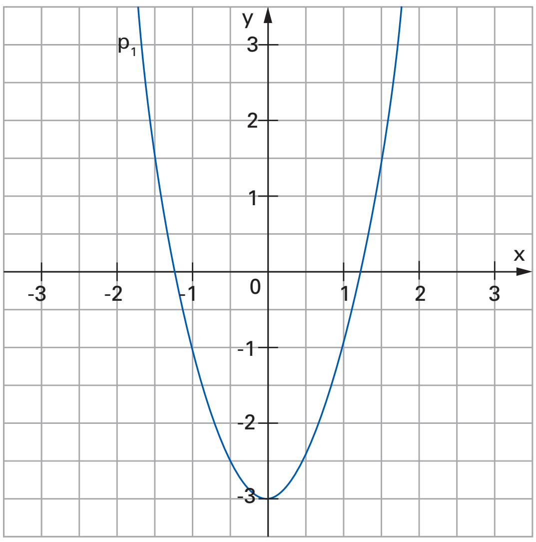
a) Eine Extremsportlerin möchte vom Punkt B auf einem Drahtseil bis zur Plattform des Eiffelturms (Punkt C) laufen. Die Plattform befindet sich in einer Höhe von 115 m. Durch Anpeilen von A und B aus werden die in der Skizze dargestellten Größen ermittelt.

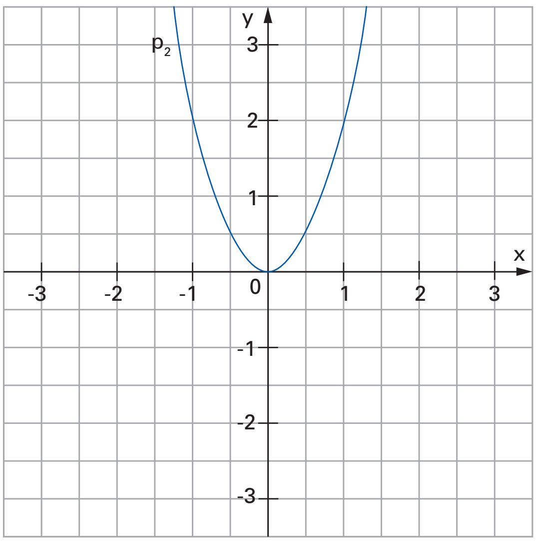
- Berechnen Sie die Winkel α und γ.
- Berechnen Sie, wie lang das Seil mindestens sein muss.
- Berechnen Sie die Seite $\overline{AC}$ im Dreieck ABC.

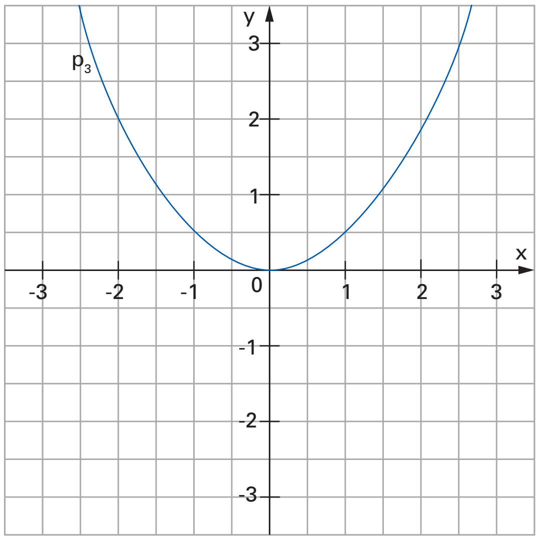


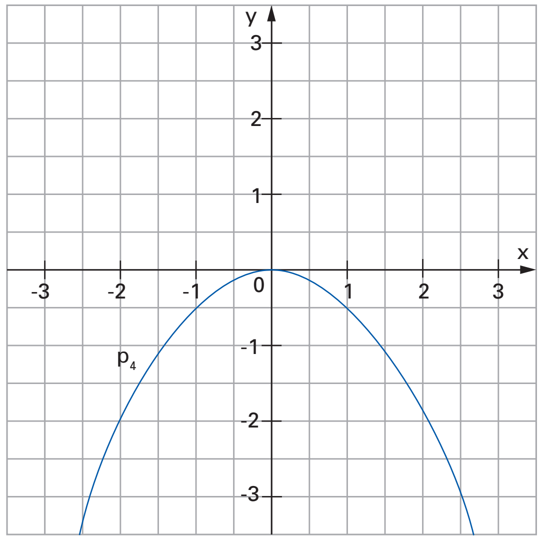
Skizze nicht maßstabsgetreu

b) Abgebildet sind die Parabeln p_1, p_2, p_3 und p_4. Die Funktionsgleichung von p_1 ist $y = 2x^2 - 3$.









Beschreiben Sie, durch welche

- Spiegelung (an …),
- Verschiebung (um … Einheiten nach ...)
- Streckung (mit dem Faktor …)

jeweils p_2 aus p_1, p_3 aus p_2 und p_4 aus p_3 hervorgeht.

Ergänzen Sie dafür die folgenden Sätze richtig.

1. Die Parabel p_2 geht aus p_1 durch eine ______________________________

   ______________________ hervor.

2. Die Parabel p_3 geht aus p_2 durch eine ______________________________

   ______________________ hervor.

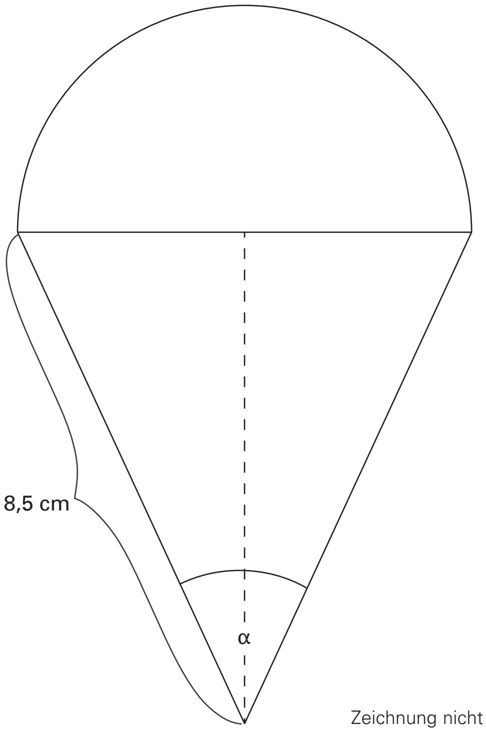
3. Die Parabel p_4 geht aus p_3 durch eine ______________________________

   ______________________ hervor.

Geben Sie die Funktionsgleichungen der Parabeln p_2, p_3 und p_4 an.
Berechnen Sie die Schnittpunkte der Parabel p_1 mit der Geraden g: $y = x + 7$.

Aufgabe 2

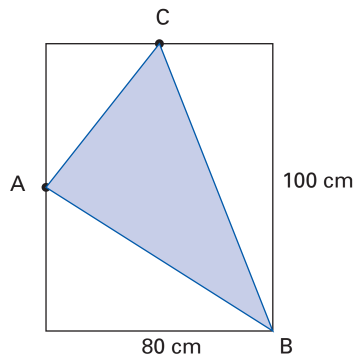
a) Eine kegelförmige Eiswaffel mit den angegebenen Maßen ist innen in der Waffel komplett mit Eis gefüllt. Darüber ist noch eine Halbkugel aus Eis. Der Öffnungswinkel α beträgt 50°.



Zeichnung nicht maßstabsgetreu

- Wenn die Halbkugel aus Eis komplett mit einem Schokoladenüberzug bedeckt würde, wie groß wäre der Flächeninhalt dieses Überzugs?
- Wie viel Liter Eis kann bei dieser Waffel insgesamt gegessen werden?

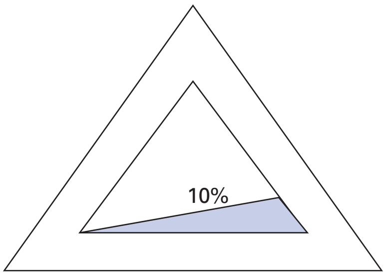
b) Eine moderne Buntglasfensterscheibe besteht aus einer rechteckigen Weißglasscheibe, in die eine hellblau getönte, dreieckige Glasscheibe eingelassen ist. Die rechteckige Fensterscheibe hat eine Breite von 80 cm und eine Höhe von 100 cm. Die Punkte A und C halbieren jeweils die entsprechenden Rechteckseiten.



- Berechnen Sie alle Seitenlängen der blauen Dreiecksglasscheibe.
- Entscheiden Sie, ob das blaue Dreieck rechtwinklig ist. Begründen Sie durch Rechnung.
- Berechnen Sie den prozentualen Anteil der blauen Dreiecksglasscheibe an der Gesamtfläche der rechteckigen Fensterscheibe.

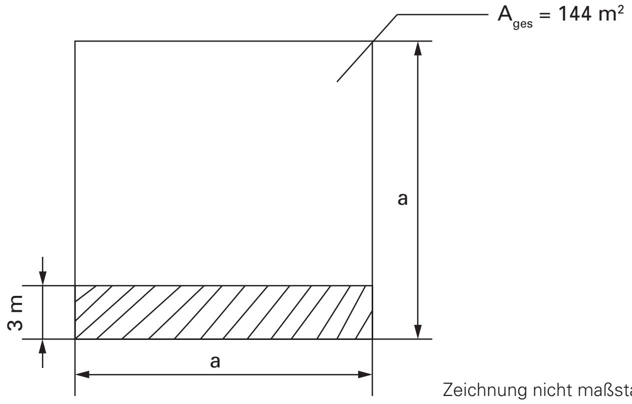
Aufgabe 3

a) Eine Straße hat eine Steigung von 10 %, wenn sie auf 100 m einen Höhenunterschied von 10 m bewältigt.



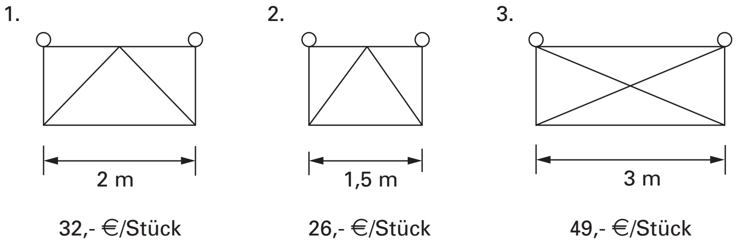
- ▶ Welche konstante Steigung müsste eine Straße haben, die auf 800 m einen Höhenunterschied von 100 m bewältigt?
- ▶ Berechnen Sie den Steigungswinkel α.

b) Ein quadratisches Grundstück hat einen Flächeninhalt von 144 m².
Ein Teilstück von 3 m Breite soll abgeteilt werden.



Zeichnung nicht maßstabsgetreu

- ▶ Wie viele Quadratmeter umfasst die abgeteilte Fläche?
- ▶ Wie viel Prozent der Gesamtfläche sind das?
- ▶ Das Restgrundstück soll umzäunt werden. Wie viele Meter Zaun werden benötigt?
- ▶ Für die Umzäunung sollen handelsübliche Zaunelemente verwendet werden.
Zur Auswahl stehen 3 Elementtypen:



Es soll nur ein Elementtyp verwendet werden, d. h. der Zaun soll nicht aus verschiedenen Elementtypen zusammengesetzt werden.
Welcher Elementtyp kommt in Frage und wie teuer ist die preiswerteste Lösung?

Bearbeitungstipps

Teil A1

1. Bei quadratischen Gleichungen gibt es verschiedene Lösungsmethoden. Wenn außer dem x^2-Term nur noch Zahlen (also kein x-Term) vorkommen, löst man oft durch (Umformen und) Wurzelziehen. Wenn außer dem x^2-Term auch ein x-Term, dafür aber keine weiteren Zahlen (außer der Null) vorkommen, löst man oft durch (Umformen und) Ausklammern. Wenn außer dem x^2-Term sowohl ein x-Term als auch Zahlen vorkommen, löst man oft durch (Umformen und) Anwenden der Lösungsformel. Entscheiden Sie, welche Lösungsmethode sich hier eignet.

2. Bei linearen Gleichungssystemen gibt es drei rechnerische Lösungsmethoden: Einsetzungsverfahren, Gleichsetzungsverfahren, Additionsverfahren. Welches Verfahren geeignet ist, hängt von der Form der beiden Gleichungen ab. Beachten Sie, dass ein Gleichungssystem eine, keine oder unendlich viele Lösungen haben kann.

3. Bei Tabellenkalkulationsprogrammen gehört zu jeder Zelle in der Tabelle eine Bezeichnung, die aus der Kombination eines Großbuchstabens (Tabellenspalte) und einer Zahl (Tabellenzeile) besteht. Jede Zelle wird entweder durch Eingabe einer konkreten Zahl oder durch die Eingabe einer Formel gefüllt. Dabei werden Formeln oft als Kombinationen von bestimmten Rechenzeichen (+, –, *, :) und Bezeichnungen anderer Zellen dargestellt. Beachten Sie, dass es sich um einen Wertverlust handelt und nicht (wie beim Zinseszins) um einen Wertzuwachs.

4. Wenden Sie einen Strahlensatz an.

5. Überlegen Sie, welche Seiten in einem Parallelogramm und in einem gleichschenkligen Dreieck jeweils gleich lang sind.

6. Allgemeine Geradengleichung: $y = mx + c$. Am gegebenen Punkt P können Sie den y-Achsenabschnitt c direkt ablesen. Um eine Gerade zu zeichnen, markiert man zunächst den y-Achsenabschnitt und zeichnet dann mithilfe der Steigung m einen weiteren Punkt der Geraden ein. Dabei gibt der Nenner von m an, wie viele Einheiten man in x-Richtung gehen muss. Der Zähler von m gibt an, wie viele Einheiten man in y-Richtung gehen muss.

7. Beachten Sie, dass in einem rechtwinkligen Dreieck die Gegenkathete immer dem zugehörigen Winkel gegenüberliegt. Sowohl beim Sinus als auch beim Tangens steht die Länge der Gegenkathete im Zähler des jeweiligen Seitenverhältnisses.

8. Beachten Sie, dass die x-Koordinaten aller Punkte der Parabel für die Entfernung des Balls vom Abwurfort und die y-Koordinaten aller Punkte der Parabel für die Höhe des Balls stehen. Überlegen Sie für die zweite Teilaufgabe, welche Höhe der Ball hat, wenn er wieder auf den Boden fällt.

9. In der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ gibt a die Streckung sowie die Öffnung der Parabel an. Der Wert c gibt an, um wie viele Einheiten die Parabel im Vergleich zur Normalparabel nach oben (bei positivem c) oder nach unten (bei negativem c) verschoben ist.

10. Für die Bearbeitung beider Teilaufgaben ist es hilfreich, Abkürzungen für die verschiedenen Farben einzuführen, z. B. b für Blau. Bei der zweiten Teilaufgabe kann auch ein Baumdiagramm hilfreich sein.

Teil A2

1. In der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ gibt der Wert c an, um wie viele Einheiten die Parabel im Vergleich zur Normalparabel nach oben (bei positivem c) oder nach unten (bei negativem c) verschoben ist. Dies hilft bei der Ermittlung der Koordinaten des Scheitelpunkts. Die y-Koordinate ist bei einer Schnittstelle mit der x-Achse gleich Null. Welche Gleichung muss man also aufstellen, um die Koordinaten der Schnittstellen mit der x-Achse zu bestimmen?

2. Die hier benötigte Formel ist $v = \frac{s}{t}$. Machen Sie sich zunächst klar, wofür die drei Variablen v, s und t stehen und in welcher Einheit jede der Variablen angegeben werden kann. Nach einer geeigneten Umstellung der Formel können Sie die gesuchte Größe t berechnen. Bei der Bestimmung der Höhe der Leuchtturmspitze hilft eine trigonometrische Berechnung.

3. Machen Sie sich zunächst klar, welche besonderen Eigenschaften eine Raute (Seitenlängen; Innenwinkel; die beiden Diagonalen) hat. Zeichnen Sie anschließend die beiden Diagonalen ein. Die gesuchten Größen können z. B. mit dem Satz des Pythagoras bzw. durch trigonometrische Berechnungen ermittelt werden.

4. Verwenden Sie die Formel für das Volumen einer Kugel aus der Formelsammlung. Beachten Sie, dass der Satellit 300 km über der Erdoberfläche fliegt. Die Strecke, die er dabei zurücklegt, liegt auf einer Kreislinie. Welchen Radius hat diese Kreislinie? Zur Bestimmung der prozentualen Abweichung können Sie z. B. die Grundformel der Prozentrechnung $W = \frac{G \cdot p}{100}$ verwenden.

Bearbeitungstipps

5. Beachten Sie, dass bei diesem zweistufigen Baumdiagramm jeweils nur zwei Ereignisse (R oder V) möglich sind. Tragen Sie alle Wahrscheinlichkeiten ins Baumdiagramm ein. Beachten Sie dabei, dass die Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten eines Knotens immer 1 ergibt. Nach nochmaligem Herausgreifen von zwei T-Shirts ändern sich alle Einzelwahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm. Es könnte helfen, im Baumdiagramm die neuen Wahrscheinlichkeiten an den Pfaden zu notieren.

6. In beiden Teilaufgaben benötigen Sie die Zinseszinsformel $K_n = K_0 \cdot q^n$. Machen Sie sich zunächst klar, wofür jeweils K_n, K_0, n und q^n stehen. In der zweiten Teilaufgabe hilft systematisches Probieren mit der Formel und dem Taschenrechner.

7. Überlegen Sie zunächst, um welches spezielle Dreieck es sich beim Dreieck P_2MP_1 handelt. Fällen Sie nun vom Punkt M aus das Lot auf die gegenüberliegende Seite. Aus den besonderen Eigenschaften des Dreiecks P_2MP_1 lassen sich nun (auch mithilfe trigonometrischer Berechnungen) alle Größen berechnen, die zur Bestimmung des Radius r benötigt werden.

8. Berechnen Sie zunächst die Personenzahlen für alle Beförderungsmittel, deren Prozentsätze angegeben sind. Anschließend können Sie mithilfe der Gesamtzahl an Befragten die Anzahl der „Autofahrer/-innen“ ermitteln. Die übrigen Aufgaben können Sie entweder mit der Prozentformel W = G · p% oder mit dem Dreisatz lösen.

Teil B

1. a) Nutzen Sie den Satz über die Winkelsumme im Dreieck sowie trigonometrische Berechnungen.

b) Beachten Sie, welche Bedeutung a und c in der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ jeweils für die Öffnung (ggf. Spiegelung), Form (ggf. Streckung) und Lage (ggf. Verschiebung) der zugehörigen Parabel haben. Um die Schnittpunkte der Geraden und der Parabel zu berechnen, müssen Sie die beiden Funktionsgleichungen gleichsetzen und die dabei entstehende Gleichung mit einer geeigneten Lösungsmethode nach x auflösen.

2. a) Bei der Bestimmung des Kugelradius und der Höhe des Kegels helfen Ihnen trigonometrische Berechnungen. Für den Schokoladenüberzug und für die Gesamtmenge an Eis in der Waffel benötigen Sie die Formeln für den Oberflächeninhalt und das Volumen einer Kugel sowie für das Volumen eines Kegels aus der Formelsammlung.

b) Für die ersten beiden Teilaufgaben hilft Ihnen der Satz des Pythagoras. Bei der Berechnung des prozentualen Anteils der blauen Dreiecksfläche an der Gesamtfläche des Fensters müssen Sie beachten, dass Sie den Flächeninhalt des blauen Dreiecks aus Mangel an Angaben nicht direkt berechnen können. Dies geht aber durch Ergänzung zum Rechteck, da Sie sowohl den Flächeninhalt des Rechtecks (Gesamtfensterscheibe) als auch die Flächeninhalte der drei weißen Dreiecke berechnen können.

3. a) Die erste Teilaufgabe kann mithilfe eines Dreisatzes gelöst werden, die zweite mithilfe einer trigonometrischen Berechnung.

b) Zunächst muss aus dem gegebenen Flächeninhalt des Quadrats die Seitenlänge a des Quadrats berechnet werden. Damit lässt sich nun der Flächeninhalt des abgetrennten Rechtecks ermitteln. Um zu ermitteln, wie viele Meter Zaun nötig sind, muss der Umfang des Rechtecks berechnet werden. Dafür benötigt man die Länge und die Breite des Rechtecks. Damit ein Elementtyp verwendet werden kann, müssen sowohl die Länge und die Breite des rechteckigen Grundstücks ohne Rest durch das Maß eines Elementtyps teilbar sein. Dies ist nur bei zwei (welchen?) der drei Elementtypen möglich. Um die Gesamtkosten zu ermitteln, muss zunächst bestimmt werden, wie viele der beiden möglichen Elementtypen jeweils benötigt werden, um das Grundstück einzuzäunen.