pauker.

Werkrealschule2023

Mittlerer Abschluss Baden-Württemberg

Mathematik Musterprüfung IV

Mathematik

10

hutt lernhilfen

Teil A1

Hinweis: In Teil A1 (10 Punkte) sind alle Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

Bestimmen Sie, wie viele Lösungen diese Gleichung hat.

$$x\left(\frac{1}{4} - x\right) - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}x$$

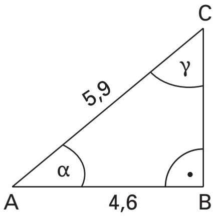
Aufgabe 2

Lösen Sie das Gleichungssystem.

(I) $-2x + 5y = 11$
(II) $5x - 2y = -17$

Aufgabe 3

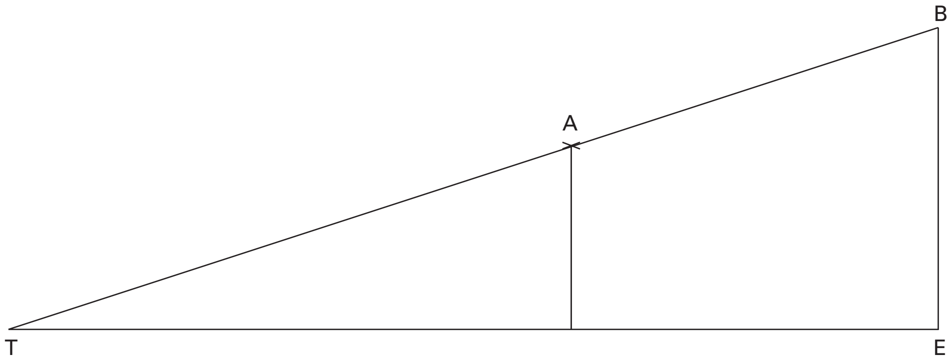
a) Stellen Sie einen Term für den Winkel γ auf, in dem als Variable nur α vorkommt.
Vereinfachen Sie anschließend diesen Term.



b) Zeichnen Sie einen Punkt D so ein, dass aus dem Dreieck ABC aus Teilaufgabe a) ein Parallelogramm ABDC entsteht. Berechnen Sie anschließend den Flächeninhalt dieses Parallelogramms.

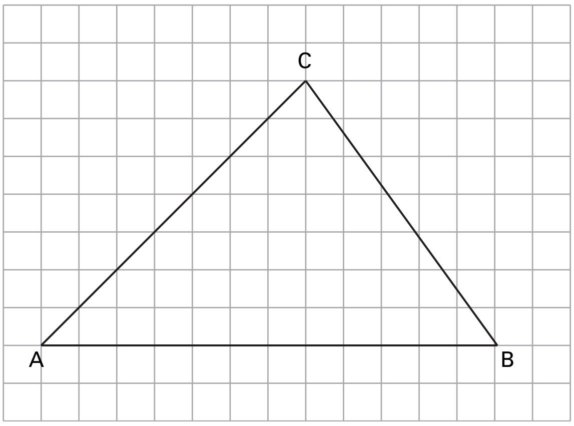
Aufgabe 4

Ein Flugzeug hebt am Punkt T von der Startbahn ab und erreicht nach 200 m Flug in einer Höhe von 25 m den Punkt A. Eine kurze Zeit später zeigt der Höhenmesser des Flugzeugs an, dass es in einer Höhe von 40 m fliegt. Zu diesem Zeitpunkt befindet es sich am Punkt B. Berechnen Sie, welche Strecke das Flugzeug vom Abheben bis zum Punkt B insgesamt zurücklegt.



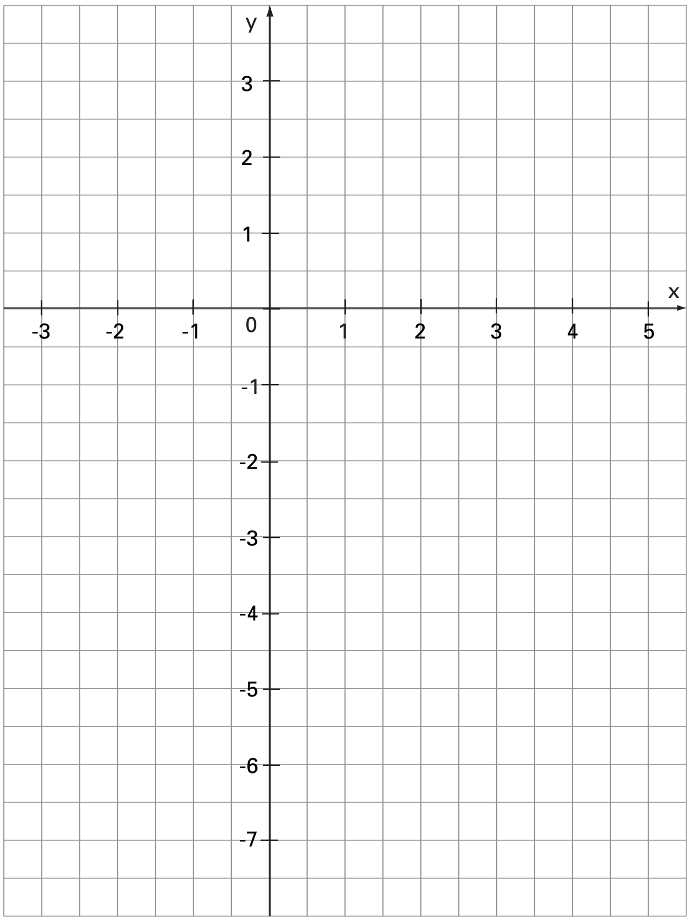
Aufgabe 5

Überprüfen Sie mithilfe des Thalessatzes, ob das Dreieck ABC rechtwinklig ist. Begründen Sie Ihre Lösung.



Aufgabe 6

Zeichnen Sie die Punkte A (-1 I -6) und B (3 I 2) sowie die Gerade durch A und B in das Koordinatensystem ein. Geben Sie die Gleichung der Geraden an.

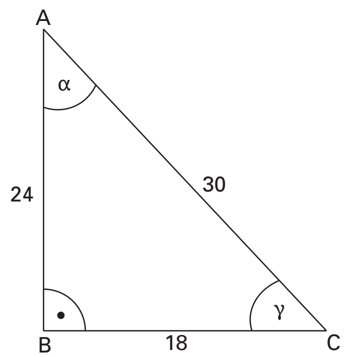


Aufgabe 7

Die Brüche gehören zu verschiedenen trigonometrischen Seitenverhältnissen im gegebenen Dreieck ABC. Tragen Sie sin(α), sin(γ), tan(α) und tan(γ) jeweils hinter dem zugehörigen Bruch ein. Beachten Sie, dass die gegebenen Brüche bereits vollständig gekürzt sind.

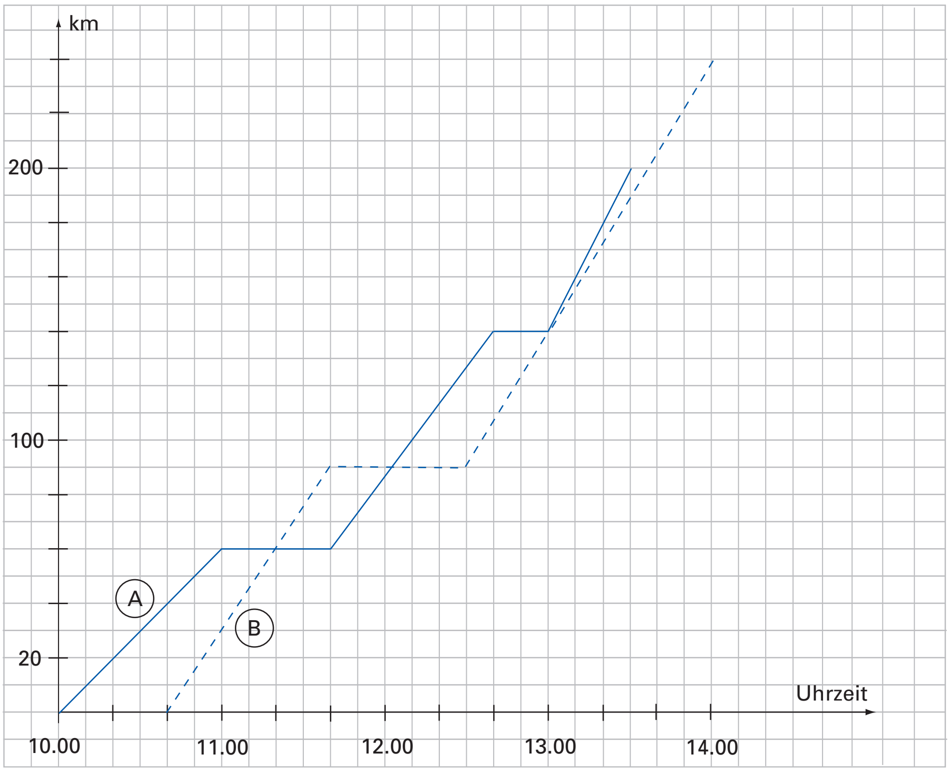
$\frac{3}{4}$ = ______ $\frac{4}{5}$ = ______

$\frac{3}{5}$ = ______ $\frac{4}{3}$ = ______



Aufgabe 8

Die Grafik veranschaulicht die Fahrt von zwei Pkws A und B.



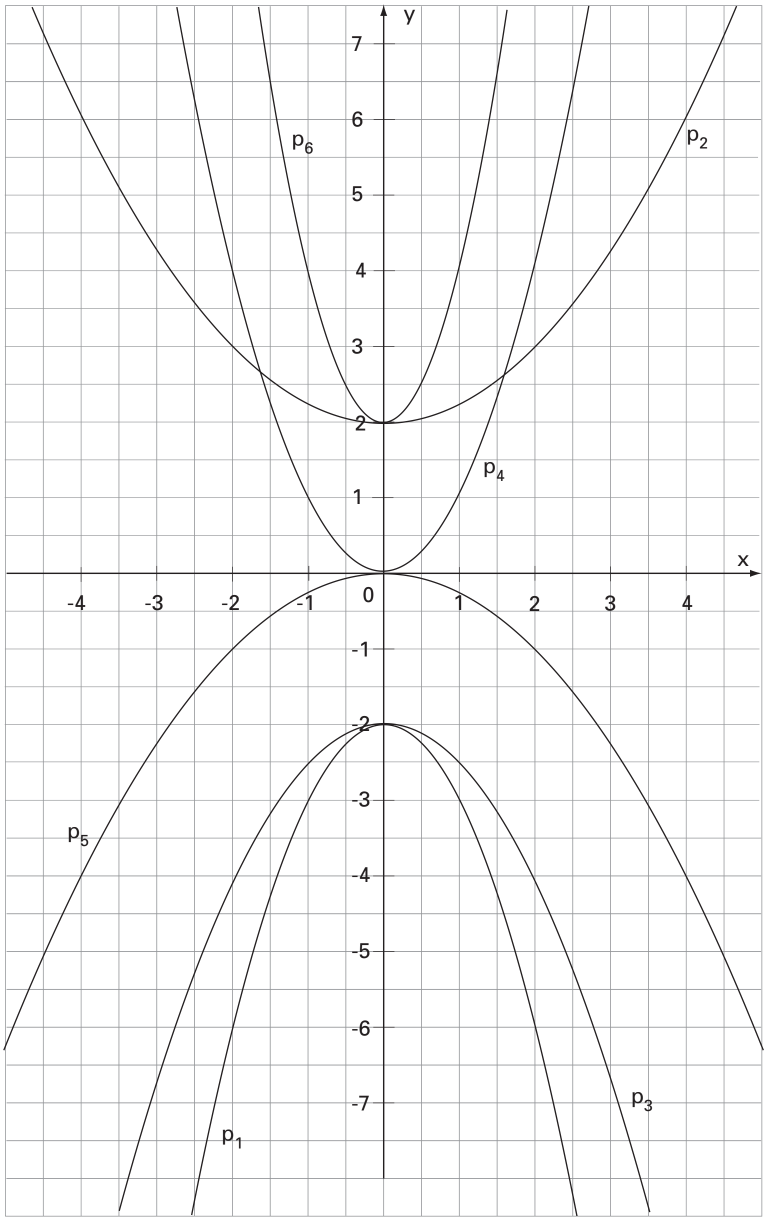
a) Tragen Sie die gesuchten Werte in die Tabelle ein.

	Pause in min	Gefahrene km	Reine Fahrzeit in min
Pkw A			
Pkw B			

b) Lesen Sie an der Grafik die Uhrzeiten ab, zu denen die beiden Pkws die gleiche Gesamtstreckenlänge zurückgelegt haben.

Aufgabe 9

Ordnen Sie jeder Parabel die zugehörige Funktionsgleichung zu. Tragen Sie dazu den Namen der Parabel hinter der jeweiligen Funktionsgleichung ein.



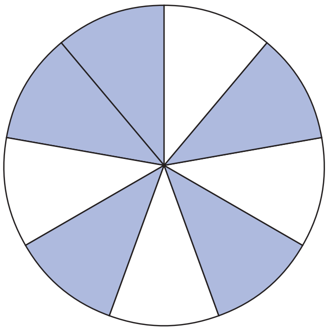
$y = 2x^2 + 2$ _______; $y = -0{,}5x^2 - 2$ _______; $y = x^2$ _______;

$y = -x^2 - 2$ _______; $y = -0{,}25x^2$ _______; $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ _______;

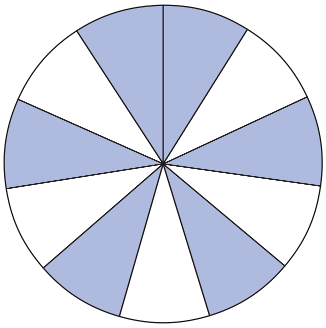
Aufgabe 10

Bei welchem Glücksrad ist die Wahrscheinlichkeit für „blau" größer?

A



B



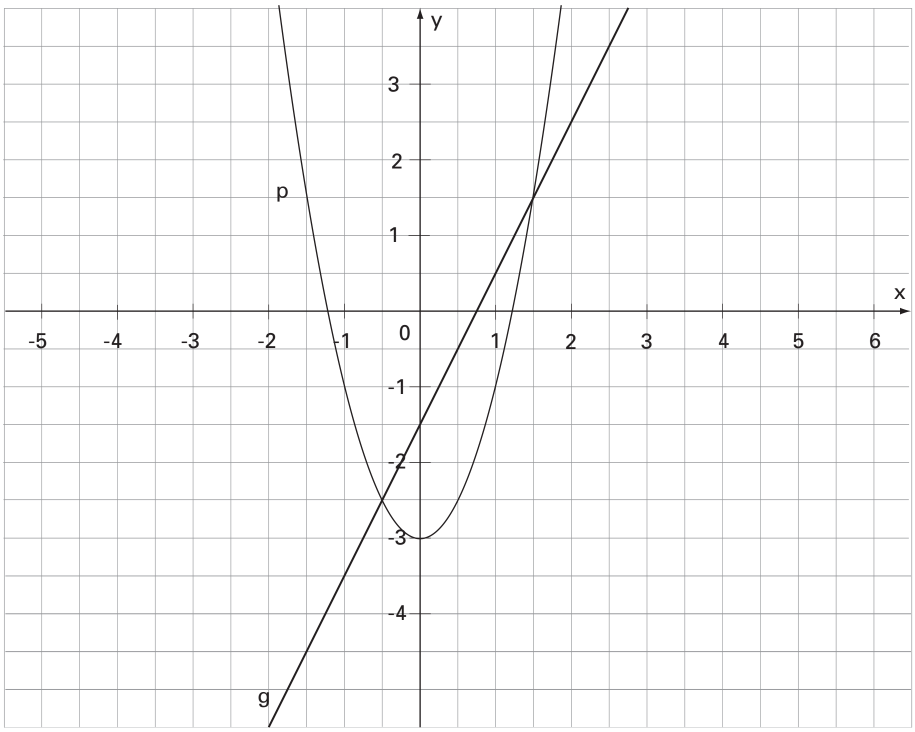
Teil A2

Hinweis: In Teil A2 (20 Punkte) sind alle Aufgaben zu bearbeiten.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

Die Grafik zeigt die Parabel p: $y = 2x^2 - 3$ und die Gerade g.



- Geben Sie die Funktionsgleichung der Geraden g an.
- Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte von p und g.

Aufgabe 2

Ein gleichschenkliges Trapez hat den Flächeninhalt 21 cm^2. Eine der beiden parallelen Seiten ist 8 cm lang, die andere ist halb so lang. Fertigen Sie eine beschriftete Skizze des Trapezes an und berechnen Sie die Höhe des Trapezes.
Berechnen Sie die Innenwinkel des Trapezes.

Aufgabe 3

Von einem gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck ABC sind die Koordinaten der Punkte A (-5 I -3) und C (-5 I 6) gegeben. Der rechte Winkel liegt bei C.

- Zeichnen Sie die Punkte A und C in ein Koordinatensystem (LE = 1 cm) und bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes B.
- Berechnen Sie die Seitenlängen, die Innenwinkel und den Flächeninhalt des Dreiecks.

Aufgabe 4

Drei Liter Milch sollen in einen zylinderförmigen Topf gegossen werden. Der Topf hat einen Durchmesser von 20 cm und eine Höhe von 9 cm. Entscheiden Sie, ob der Topf groß genug für diese Menge Milch ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung durch eine Rechnung.

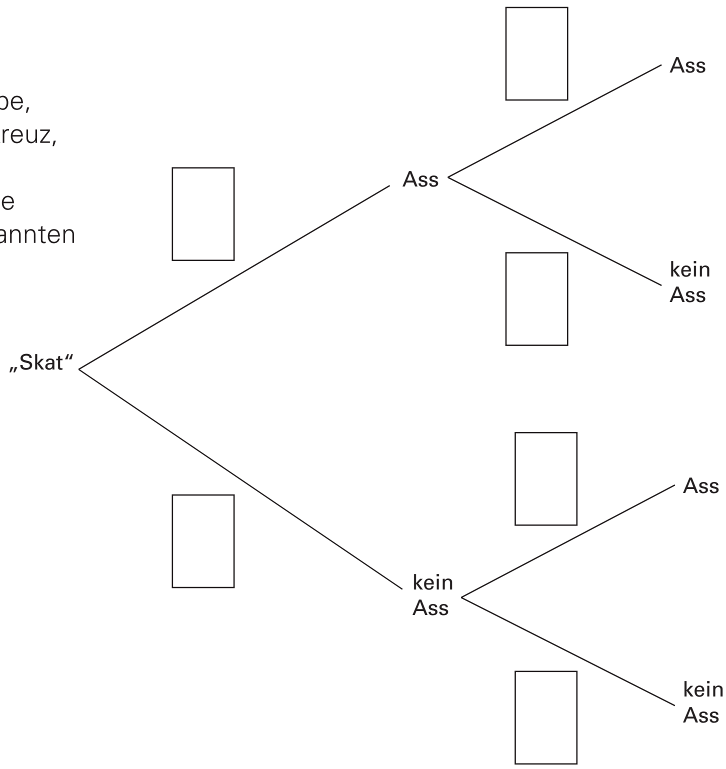
Bildquelle: Qwart – stock.adobe.com

- Berechnen Sie, welchen Durchmesser ein zylinderförmiger Topf mit einer Höhe von 9 cm mindestens haben muss, damit drei Liter Milch hineinpassen, ohne dass der Topf überläuft.
- 100 ml Vollmilch enthalten etwa 7 % des täglichen Bedarfs an Eiweiß für einen durchschnittlichen Erwachsenen. Berechnen Sie, wie viel Liter Vollmilch ein Erwachsener trinken müsste, um allein mit dieser Milch seinen gesamten Tagesbedarf an Eiweiß zu decken.

Aufgabe 5

Ein normales Skatspiel besteht aus insgesamt 32 Karten. Dies sind die Karten 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König und Ass, jeweils in den Farben Kreuz, Pik, Herz und Karo. Jeder der drei Skatspieler bekommt verdeckt 10 Karten ausgeteilt und die restlichen 2 Karten bleiben verdeckt im sogenannten „Skat" auf dem Tisch liegen.

- Ergänzen Sie alle Wahrscheinlichkeiten an den Pfaden des Baumdiagramms und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass im „Skat" zwei Asse liegen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein Ass im „Skat" liegt.



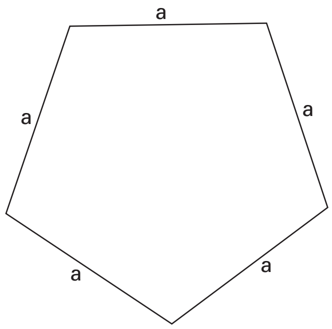
Aufgabe 6

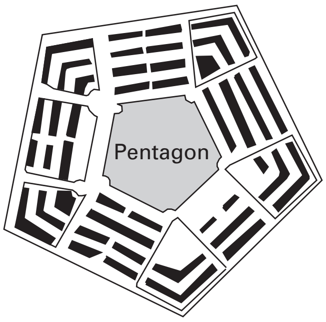
Eine Frau legt 10 000 € für 10 Jahre zu einem Zinssatz von 0,9 % p. a. an, wobei die Zinsen am Ende jedes Jahres mitverzinst werden. Ein Mann legt ebenfalls 10 000 € für 10 Jahre zu einem Zinssatz von 0,9 % p. a. an, er lässt sich aber die Zinsen am Ende jedes Jahres auszahlen.

- Zeigen Sie rechnerisch, dass die Frau nach 10 Jahren 937,34 € Zinsen und der Mann nach 10 Jahren insgesamt 900 € Zinsen erzielen.
- Berechnen Sie, um wie viel Prozent die von der Frau erzielten Zinsen die von dem Mann erzielten Zinsen übersteigen.

Aufgabe 7

Das Pentagon ist das Gebäude des Verteidigungsministeriums der USA. Der Name leitet sich aus der Form des Gebäudes ab, das ein regelmäßiges Fünfeck ist.
(Griech.: Pentagon = Fünfeck)

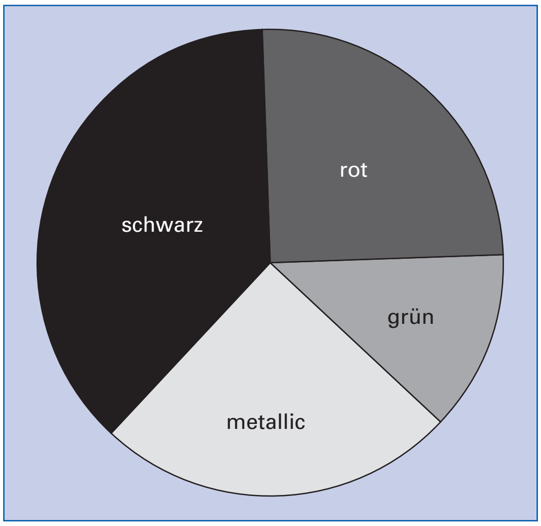




Eine Außenwand a des Pentagons ist 280 m lang.
Berechnen Sie die Fläche des Pentagons.

Aufgabe 8

In einer Autolackiererei werden in einer Woche insgesamt 168 Autos lackiert. Die Grafik zeigt die Verteilung, wie viele der Autos jeweils in welcher Farbe lackiert wurden.



rot:	25% der Autos
grün:	21 Autos
metallic:	42 Autos
schwarz:	???

- Berechnen Sie, wie viele Autos schwarz lackiert wurden. Wie viel Prozent aller lackierten Autos sind das?
- Bei $\frac{2}{9}$ der schwarz lackierten Autos und bei $\frac{1}{7}$ der rot lackierten Autos waren die Arbeiten besonders aufwendig. Berechnen Sie die Gesamtzahl an Autos, bei denen die Arbeiten aufwendig waren. Wie viel Prozent der insgesamt lackierten Autos sind das?

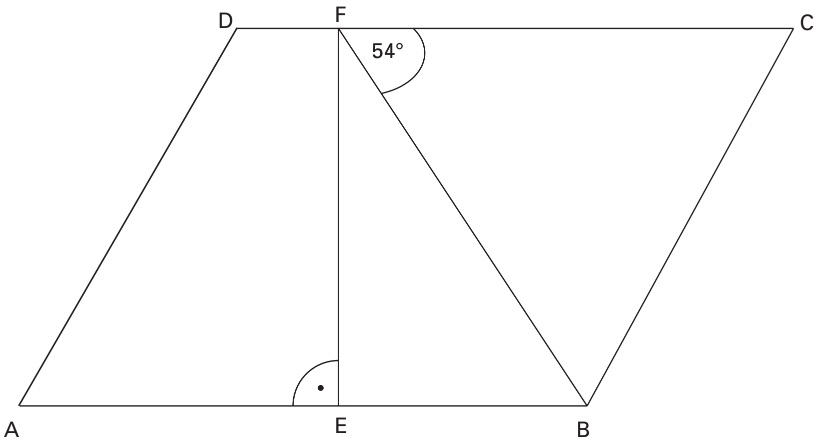
Teil B

<u>Hinweis:</u> In Teil B (20 Punkte) sind zwei der drei Aufgaben zu bearbeiten.

<u>Zugelassene Hilfsmittel:</u> Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengeräte

Aufgabe 1

a) Die Figur zeigt ein Parallelogramm ABCD, in das ein Dreieck EBF eingezeichnet ist. Von dem Parallelogramm sind folgende Größen bekannt:
$\overline{AB} = 6$ cm; $A = 24$ cm^2; $u = 21{,}2$ cm

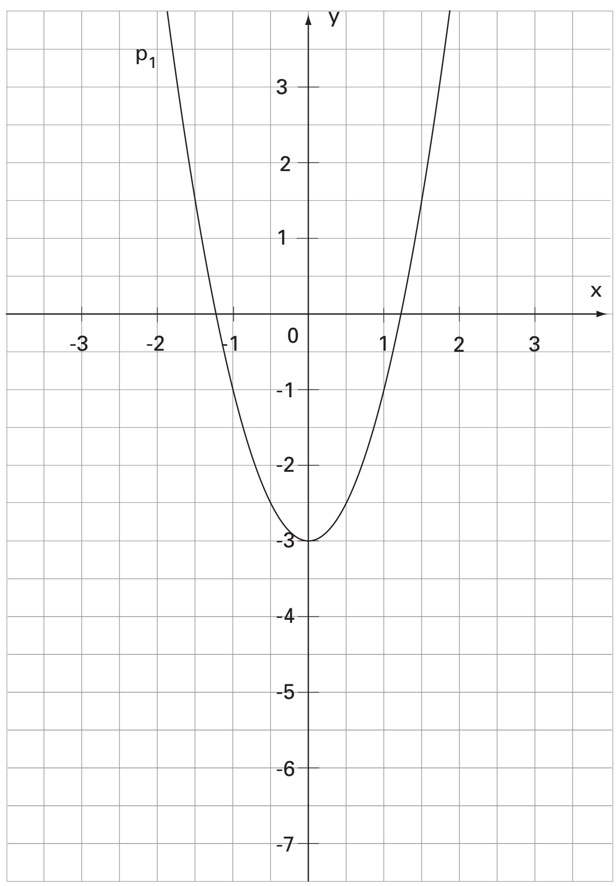


- Berechnen Sie die Innenwinkel und die Seitenlängen des Dreiecks EBF.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks EBF.

b) Abgebildet ist die Parabel p_1: $y = 2x^2 - 3$.
Zeichnen Sie mit der Parabelschablone die Parabeln p_2: $y = x^2 - 1$ und p_3: $y = -x^2 - 4$ in dieses Koordinatensystem ein.

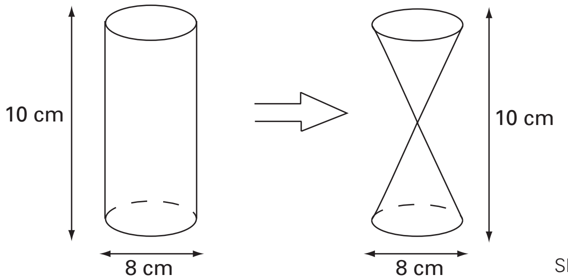
Beschreiben Sie für die Parabeln p_1, p_2 und p_3 jeweils die Öffnung, die Form im Vergleich zur Normalparabel und die Lage des Scheitelpunktes (oberhalb oder unterhalb der x-Achse).

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von p_1 und p_2.



Aufgabe 2

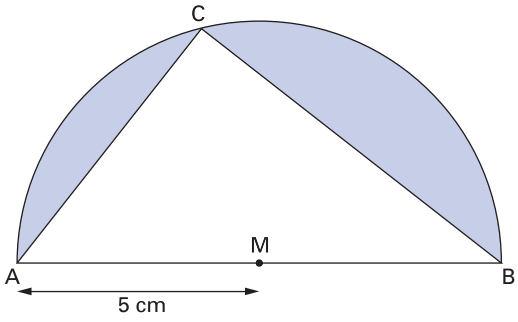
a) Aus einem Zylinder werden zwei gleich große Kegel herausgefräst (siehe Skizze).



Skizze nicht maßstabsgetreu

- ▶ Berechnen Sie das Volumen des beim Herausfräsen entstehenden Abfalls.
- ▶ Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des Doppelkegels.

b) Der Punkt M ist der Mittelpunkt des Halbkreises. Außerdem gilt: $\overline{BC} = 8$ cm



Zeichnung nicht maßstabsgetreu

- ▶ Begründen Sie, warum das Dreieck ABC rechtwinklig ist, und zeigen Sie rechnerisch, dass der Flächeninhalt des Dreiecks 24 cm^2 beträgt.
- ▶ Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Dreiecksfläche an der Gesamtfläche des Halbkreises.
- ▶ Zum Färben der blauen Fläche wird eine Farbe verwendet, bei der ein Liter für eine Fläche von 1,5 m^2 ausreicht. Berechnen Sie, wie viel ml dieser Farbe für die blaue Fläche benötigt werden.

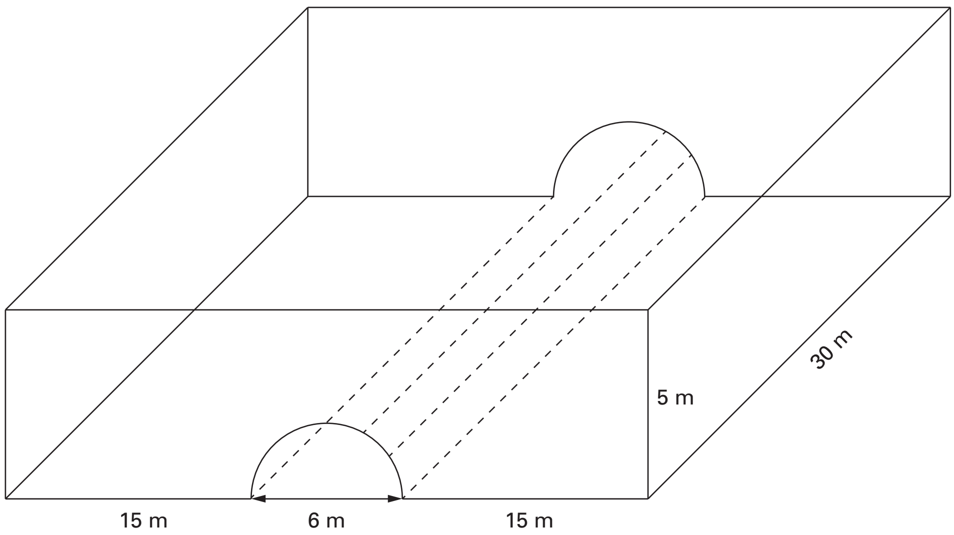
Aufgabe 3

a) Ein Schwimmbecken ist 20 m lang, 8 m breit und 3 m tief. Es ist zu 85 % mit Wasser gefüllt.

- Wie viele cm liegen zwischen Wasseroberfläche und dem oberen Beckenrand?
- Das Wasser soll bis zum Beckenrand aufgefüllt werden. Wie lange dauert der Füllvorgang, wenn aus zwei Rohren pro Sekunde insgesamt 15 Liter Wasser eingefüllt werden?

b) In einem Zoo ist ein neues quaderförmiges Riesen-Aquarium gebaut worden, das als besondere Attraktion einen aus Glas bestehenden Tunnel hat. Diesen Tunnel können die Besucher/-innen durchschreiten, um die Meerestiere auch von unten zu bestaunen. Der Tunnel hat im Querschnitt die Form eines Halbkreises. Alle Maße in der Zeichnung sind die Innenmaße des Aquariums, d. h. die Dicke des Glases braucht bei den Berechnungen nicht berücksichtigt zu werden.

- Vor der Eröffnung des Aquariums werden 4,5 Millionen Liter Wasser hineingepumpt. Berechnen Sie, wie hoch das Wasser im Aquarium danach, vom inneren Boden aus gemessen, steht.
- Taucher müssen das Glas der Tunnelwölbung von innen mit einem Spezialgerät reinigen. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Glasfläche, die die Taucher reinigen müssen.



Bearbeitungstipps

Teil A1

1. Mithilfe der Diskriminante können Sie die Aufgabe lösen. Bringen Sie dazu die (quadratische) Gleichung durch geeignete Umformungen in die Normalform.
2. Bei linearen Gleichungssystemen gibt es drei rechnerische Lösungsmethoden: Einsetzungsverfahren, Gleichsetzungsverfahren, Additionsverfahren. Welches Verfahren geeignet ist, hängt von der Form der beiden Gleichungen ab. Entscheiden Sie, welche Lösungsmethode sich hier eignet. Beachten Sie, dass ein Gleichungssystem eine, keine oder unendlich viele Lösungen haben kann.
3. Für die erste Teilaufgabe sollten Sie den Satz über die Winkelsumme im Dreieck verwenden. Bei der zweiten Teilaufgabe hilft es, sich an die Eigenschaften eines Parallelogramms (in Bezug auf dessen Seitenlängen und Innenwinkel) zu erinnern.
4. Hier hilft die Anwendung eines Strahlensatzes.
5. Zeichnen Sie den Thaleskreis.
6. Die allgemeine Geradengleichung lautet $y = mx + c$. Wenn Sie die beiden gegebenen Punkte und die dadurch festgelegte Gerade einzeichnen, können Sie sowohl die Steigung m (z. B. mithilfe eines Steigungsdreiecks) berechnen als auch den y-Achsenabschnitt c aus der Zeichnung ablesen.
7. Beachten Sie, dass in einem rechtwinkligen Dreieck die Gegenkathete immer dem zugehörigen Winkel gegenüberliegt. Sowohl beim Sinus als auch beim Tangens steht die Länge der Gegenkathete im Zähler des jeweiligen Seitenverhältnisses. Stellen Sie die vier trigonometrischen Seitenverhältnisse aus der Zeichnung auf und vergleichen Sie die dabei entstehenden Brüche mit den vorgegebenen, vollständig gekürzten Brüchen.
8. Für die Lösung von Teilaufgabe a) ist es wichtig, dass Sie sich klar machen, auf welcher Achse die Fahrstrecke und auf welcher Achse die Uhrzeit abgebildet wird. Für die Lösung von Teilaufgabe b) sollten Sie überlegen, bei welchen Punkten der beiden Graphen sowohl die Uhrzeit als auch die insgesamt gefahrenen Kilometer übereinstimmen.
9. In der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ gibt a die Streckung (schmaler oder breiter als die Normalparabel) sowie die Öffnung (nach oben oder nach unten) der Parabel an. Der Wert c gibt an, um wie viele Einheiten die Parabel (und damit auch der Scheitelpunkt) im Vergleich zur Normalparabel nach oben (bei positivem c) oder nach unten (bei negativem c) verschoben ist.
10. Es hilft, die Definition der Laplace-Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A zu kennen:
    $$P(A) = \frac{\text{Anzahl aller für „A“ günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller Ergebnisse}}.$$

Teil A2

1. Um die Funktionsgleichung der Geraden zu bestimmen, lesen Sie sowohl die Steigung als auch den y-Achsenabschnitt der Geraden aus dem Graphen ab. Die beiden Funktionsgleichungen müssen gleichgesetzt werden. Die daraus entstehende quadratische Gleichung kann dann mit einer geeigneten Lösungsmethode gelöst werden.
2. Zur Berechnung der Höhe des Trapezes setzen Sie alle gegebenen Größen in die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts ein. Dann bleibt als Variable in der Gleichung nur noch die Höhe h übrig. Stellen Sie die Formel durch geeignete Umformungen nach h um. Zur Berechnung der Innenwinkel sollten Sie sich zunächst klar machen, welche Eigenschaft die Innenwinkel jedes gleichschenkligen Trapezes haben. Anschließend können Ihnen trigonometrische Berechnungen sowie der Winkelsummensatz für Vierecke helfen.
3. Machen Sie sich klar, welche besonderen Eigenschaften ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck hat. Damit wird es möglich sein, die Koordinaten des gesuchten Punktes B zu erschließen. Bei der Bestimmung der Innenwinkel und der Seitenlängen können Ihnen z. B. der Winkelsummensatz für Dreiecke und der Satz des Pythagoras helfen.
4. Verwenden Sie für die erste Teilaufgabe die Formel für das Volumen eines Zylinders aus der Formelsammlung. Beachten Sie außerdem, wie man die Einheit Liter geeignet umwandeln kann. Zur Berechnung des gesuchten Radius in der zweiten Teilaufgabe setzen Sie alle gegebenen Größen in die Formel zur Berechnung des Zylindervolumens ein. Dann bleibt als Variable in der Gleichung nur noch der Radius r übrig. Stellen Sie die Formel durch geeignete Umformungen nach r um.
5. Beachten Sie, dass im Baumdiagramm nur zwischen den Ereignissen „Ass“ und „kein Ass“ unterschieden wird. Bei der Lösung der zweiten Teilaufgabe („Genau ein Ass im Skat“) sollten Sie beachten, dass zu diesem Ereignis zwei verschiedene Pfade im Baumdiagramm gehören.

Bearbeitungstipps

6. Nur in der ersten Teilaufgabe benötigen Sie die Zinseszinsformel $K_n = K_0 \cdot q^n$. Machen Sie sich zunächst klar, wofür jeweils K_n, K_0, n und q^n stehen. In der zweiten Teilaufgabe kann die Zinseszinsformel nicht angewendet werden, da die Zinsen ja nicht mitverzinst werden. Die letzte Teilaufgabe können Sie entweder mit der Prozentformel $W = G \cdot p$ % oder mit dem Dreisatz lösen.

7. Beachten Sie, dass man ein regelmäßiges Fünfeck in fünf flächengleiche Dreiecke zerlegen kann. Zeichnen Sie diese Zerlegung in die Skizze des Pentagons ein. Überlegen Sie, um welches spezielle Dreieck es sich bei allen fünf Dreiecken handelt und was dies für die Innenwinkel und Seitenlängen eines solchen Dreiecks bedeutet. Dann können Sie mithilfe einer trigonometrischen Berechnung die Höhe eines solchen Dreiecks ermitteln und damit auch dessen Flächeninhalt. In einem weiteren Schritt können Sie so schließlich den gesuchten Flächeninhalt des Pentagons berechnen.

8. Berechnen Sie zunächst die Anzahl an rot lackierten Autos. Danach können Sie mit den Angaben in der Aufgabe auch die Anzahl (und dann auch den prozentualen Anteil) an schwarz lackierten Autos berechnen. Die übrigen Aufgaben können Sie mithilfe einfacher Bruchrechnung bzw. mit der Prozentformel $W = G \cdot p$ % oder mit dem Dreisatz lösen. In den beiden letztgenannten Fällen müssen Sie sich aber zunächst klar machen, welche Größe jeweils den Prozentwert und welche Größe jeweils den Grundwert darstellt.

Teil B

1. a) Bei der Berechnung der Winkel helfen Ihnen die Winkelsätze (Stufenwinkel, Wechselwinkel etc.) und die Sätze über die Winkelsumme im Dreieck. Mithilfe der Flächeninhaltsformel des Parallelogramms sowie trigonometrischer Berechnungen können die Seitenlängen des Dreiecks EBF bestimmt werden. Danach kennen Sie alle benötigten Größen, um den Flächeninhalt des Dreiecks EBF zu berechnen.

b) Beachten Sie, wie sich die Werte von a und c in der Parabelgleichung $y = ax^2 + c$ auf die Öffnung, die Form und die Lage der zugehörigen Parabel auswirken. Um die Schnittpunkte der beiden Parabeln zu bestimmen, müssen Sie die beiden Funktionsgleichungen gleichsetzen und die dabei entstehende quadratische Gleichung mit einer geeigneten Methode lösen.

2. a) Um das Volumen des Abfalls zu berechnen, benötigen Sie sowohl das Volumen des Zylinders als auch das Volumen des Doppelkegels. Um den Oberflächeninhalt des Doppelkegels berechnen zu können, sollten Sie zunächst mithilfe des Satzes von Pythagoras die Länge der Seitenkante eines der Kegel berechnen. Danach können Sie die Formel für den Oberflächeninhalt eines Kegels aus der Formelsammlung verwenden.

b) Der Thalessatz kann Ihnen bei der eingeforderten Begründung helfen. Berechnen Sie dann sowohl den Flächeninhalt des Halbkreises als auch des Dreiecks und verwenden Sie anschließend z. B. die Prozentformel $W = G \cdot \frac{p}{100}$. Für die Berechnung des Flächeninhalts der blauen Fläche eignet sich das Verfahren der Ergänzung, d. h. man muss die zuvor berechneten Flächeninhalte des Halbkreises und des Dreiecks in die Berechnung des gesuchten Flächeninhalts der blauen Fläche einbeziehen. Bei der Bestimmung der benötigten Menge an Lack hilft Ihnen der Dreisatz. Dabei müssen Sie auf die richtige Verwendung von Einheiten achten.

3. a) Berechnen Sie das Gesamtvolumen des Schwimmbads und anschließend das Volumen des sich im Schwimmbad befindenden Wassers (= 85 % des Gesamtvolumens). Mit diesem Wert des Wasservolumens können Sie anschließend die Höhe der Wasseroberfläche ausrechnen, da die Länge und die Breite des Wasservolumens mit den Maßen des Schwimmbades übereinstimmen. Mithilfe dieser berechneten Wasserhöhe können Sie in einem weiteren Schritt auch die gesuchte Größe der ersten Teilaufgabe bestimmen. Zur Lösung der zweiten Teilaufgabe ist eine beschriftete Skizze desjenigen Quaders hilfreich, der das Volumen des noch aufzufüllenden Wassers darstellt, um damit das Volumen dieses „Restquaders“ zu berechnen. Anschließend können Sie z. B. mithilfe eines Dreisatzes mit den beiden Größen „Liter“ und „Sekunden“ die gesuchte Zeit zum Auffüllen des Schwimmbades errechnen.

b) Zu Beginn sollten Sie das Volumen von 4,5 Millionen Liter in m^3 umwandeln, denn in der Skizze sind alle Längen in m angegeben. Führen Sie dann für die gesuchte Wasserhöhe im Aquarium eine Variable (z. B. x) ein. Bedenken Sie bei den weiteren Lösungsschritten, dass das Volumen des Aquariums (und damit auch das Volumen der Wassermenge im Aquarium) durch eine Differenz der Volumina zweier Körper berechnet werden kann. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, dass der Tunnel des Aquariums von den Besuchern begehbar ist und damit kein Wasser enthält. Um welche Art von Körper handelt es sich bei diesem Tunnel? Mit diesen Überlegungen können Sie eine Gleichung aufstellen, die als Variable nur das zuvor eingeführte x enthält und deshalb nach x auflösbar ist.
Für die Lösung der zweiten Teilaufgabe ist es wiederum wichtig, dass Sie sich klar machen, um welche Art von Körper es sich bei dem Tunnel handelt. Dann können Sie mithilfe der Formelsammlung den Inhalt der zu reinigenden Fläche berechnen.