pauker.

Abschluss2023
Realschulprüfung Hessen

Lösungen Mathematik Prüfung 2018

Mathematik

hutt lernhilfen

10

Pflichtaufgaben

Aufgabe P1

a) $\frac{-8+4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

b) $-2{,}5 < -\frac{3}{4} < 0{,}5$

$-2{,}5 < -\frac{4}{3} < 0{,}5$

Richtig sind B und D.

c) $\sqrt{32x \cdot 2x}$

1. $\sqrt{32 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5} = \sqrt{160 \cdot 10} = \sqrt{1600} = 40$
2. $\sqrt{32x \cdot 2x} = \sqrt{64x^2} = 8x$
3. $\sqrt{32x \cdot 2x} = 8$

$$\begin{aligned} \sqrt{64x^2} &= 8 && \mid {}^2 \\ 64x^2 &= 64 && \mid :64 \\ x^2 &= 1 && \mid \sqrt{} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Aufgabe P2

a) **I. Möglichkeit** (Dreisatz):

12% Nachlass bedeutet: Der neue Preis beträgt 88% des ursprünglichen Preises.

$100\,\% \triangleq 1400\,€$
$1\,\% \triangleq 14\,€$
$88\,\% \triangleq 88 \cdot 14\,€ = 1232\,€$

II. Möglichkeit

$88\,\% = \frac{88}{100} = 0{,}88$

$1400\,€ \cdot 0{,}88 = 1232\,€$

Der neue Preis beträgt 1232 €.

$\boxed{\text{neuer Preis} = 0{,}88 \cdot \text{alter Preis}}$

b) Der reduzierte Preis beträgt 85% des ursprünglichen Preises (≙ 100%).

$85\,\% \triangleq 357\,€$
$1\,\% \triangleq \frac{357}{85}\,€$

entweder:

$100\,\% \triangleq \frac{357}{85} \cdot 100\,€ = 420\,€$

$\underset{\text{alter Preis}}{420\,€} - \underset{\text{neuer Preis}}{357\,€} = 63\,€$

alter − neuer = Nachlass
Preis Preis

oder:

$15\,\% \triangleq \frac{357}{85} \cdot 15\,€ = 63\,€$

Bei diesem Rechenweg wird der Nachlass direkt berechnet.

c) Berechnung mit dem **Dreisatz**:

$$\begin{aligned}119\% &\mathrel{\hat{=}} 1249{,}50\ € \\ 1\% &\mathrel{\hat{=}} \frac{1249{,}50}{119}\ € \\ 100\% &\mathrel{\hat{=}} \frac{1249{,}50 \cdot 100}{119}\ € \\ &= 1050\ €\end{aligned}$$

(: 119 ; · 100)

Dreisatz mit verkürzter Schreibweise:

$119\% \mathrel{\hat{=}} 1249{,}50\ €$
$100\% \mathrel{\hat{=}} \quad x$

$$x = \frac{1249{,}50\ € \cdot 100\%}{119\%}$$

$x = 1050\ €$

Der Preis ohne MwSt. beträgt 1050 €.

Aufgabe P3

a) 20 min ist der 3. Teil einer Stunde
$\Rightarrow$ 20 min $\mathrel{\hat{=}}$ 1,6 km
60 min $\mathrel{\hat{=}}$ 3 · 1,6 km = 4,8 km

Seine Geschwindigkeit beträgt $4{,}8\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

b) Wenn er 16 km in einer Stunde ($\hat{=}$ 60 min) fährt, dann braucht er für 1,6 km den 10. Teil einer Stunde, also 6 Minuten.

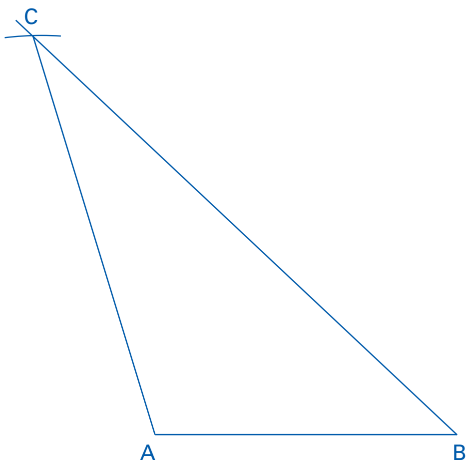
c) Richtig ist B.

Aufgabe P4

a) **Konstruktionsbeschreibung**

1. Zeichnen von C $\Rightarrow$ {A; B}
2. $\sphericalangle\ \beta$ bei B antragen $\Rightarrow$ [BC
3. Der Kreis mit dem Mittelpunkt A schneidet die Halbgerade [BC im Punkt C.

Konstruktion:



b) 1. Die Winkelsumme in jedem Dreieck beträgt 180°.

$\Rightarrow\ \varepsilon = 180° - 90° - 42°$

$\varepsilon = 48°$

2. Die Höhe wird mit dem Satz des Pythagoras berechnet.

$h^2 = (53\text{ cm})^2 - (28\text{ cm})^2$

$h^2 = 2025\text{ cm}^2 \quad |\sqrt{\ }$

$h = 45\text{ cm}$

$A = \dfrac{78\text{ cm} \cdot 45\text{ cm}}{2}$

$A = 1755\text{ cm}^2$

$\boxed{A = \dfrac{g \cdot h}{2}}$

Satz des Pythagoras:

$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$

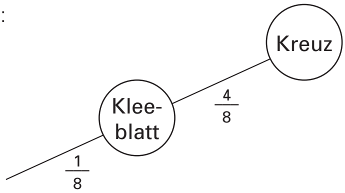
Aufgabe P5

a) Von 8 Symbolen gibt es 3 Symbole „Herz“.

$P = \frac{3}{8}$ oder $P = 0{,}375$ oder $P = 37{,}5\%$

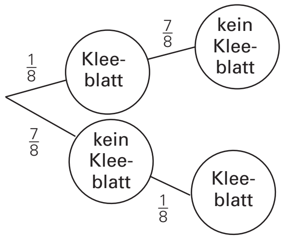
b) 1. Nach der **Produktregel** gilt:

$P = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{8} = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$



Die Wahrscheinlichkeit beträgt $P = \frac{1}{16}$ oder $P = 0{,}0625$ oder $P = 6{,}25\%$

2. 1. Wert 2. Wert



$P = \frac{1}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{64}$

$P = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{7}{64}$

Nach der **Summenregel** gilt:

$P(\text{genau ein Kleeblatt}) = \frac{7}{64} + \frac{7}{64} = \frac{14}{64} = \frac{7}{32}$ oder $P = 0{,}21875$ oder $P = 21{,}9\%$

c) Bei jedem Wert erhält man „zufällig" ein Symbol. Man kann also auch dreimal ein Herz oder dreimal ein Kleeblatt würfeln.
$\Rightarrow$ Paul hat nicht recht.

Aufgabe P6

Durchmesser d des Tischtuches: $90\text{ cm} + 2 \cdot 20\text{ cm} = 130\text{ cm}$

$\text{Abfall} = A_{Stoff} - A_{Tischdecke}$

$A_{Stoff} = (140\text{ cm})^2$

$A_{Stoff} = 19\,600\text{ cm}^2$

$A_{Kreis} = (65\text{ cm})^2 \cdot \pi$

$A_{Kreis} = 13\,273{,}23\text{ cm}^2$

$\boxed{A_Q = a^2}$

$\boxed{A_K = r^2 \cdot \pi}$

$A_{Abfall} = 19\,600\text{ cm}^2 - 13\,273{,}23\text{ cm}^2$

$A_{Abfall} = 6326{,}77\text{ cm}^2$

$19\,600\text{ cm}^2 = 100\%$

$6326{,}77\text{ cm}^2 = x$

$$x = \frac{6326{,}77\text{ cm}^2 \cdot 100\%}{19\,600\text{ cm}^2}$$

$x \approx 32\%$

Aufgabe P7

a) 1. Man benötigt 9 Streichhölzer.

2. 3 Hölzer $\longrightarrow$ 1 Dreieck
5 Hölzer $\longrightarrow$ 2 Dreiecke
7 Hölzer $\longrightarrow$ 3 Dreiecke
9 Hölzer $\longrightarrow$ 4 Dreiecke
⋮ ⋮

Regel: Anzahl der Dreiecke = $\frac{\text{Anzahl n der Hölzer} - 1}{2} = \frac{n-1}{2}$
oder:
Anzahl der Hölzer = doppelte Anzahl der Dreiecke + 1
= 2n + 1

Mit 25 Hölzern kann man $\frac{25-1}{2} = 12$ Dreiecke bilden.

3. Die Regel lautet: 2n + 1
Richtig ist also C.

b)
$$\left| \begin{array}{r} x = y + 2{,}5 \\ 2x + 3y = 19 \end{array} \right|$$

Hier ist das **Einsetzverfahren** sinnvoll. Das x der ersten Gleichung wird für das x der zweiten Gleichung eingesetzt:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (y + 2{,}5) + 3y &= 19 \\ 2 \cdot y + 5 + 3y &= 19 \\ 5y + 5 &= 19 && \mid -5 \\ 5y &= 14 && \mid :5 \\ y &= 2{,}8 \end{aligned}$$

Dieser y-Wert wird in die erste Gleichung eingesetzt:

$x = 2{,}8 + 2{,}5$
$x = 5{,}3$

Aufgabe P8

a) $f = 6 \quad e = 8 \quad k = 12$

b) Zuerst muss das Volumen berechnet werden.
Die Grundfläche ist ein Trapez.

$G = \frac{40\text{ cm} + 15\text{ cm}}{2} \cdot 20\text{ cm}$

$G = 550\text{ cm}^2$

$V = 550\text{ cm}^2 \cdot 45\text{ cm}$
$V = 24\,750\text{ cm}^3$

$\boxed{V = G \cdot h}$

Trapez:

$\boxed{A = \frac{a+c}{2} \cdot h}$

Jetzt kann die Masse berechnet werden.

$m = 24\,750\ \text{cm}^3 \cdot 2{,}7\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

$m = 66\,825\ \text{g}$

$m = 66{,}825\ \text{kg}$

$\boxed{1\ \text{kg} = 1000\ \text{g}}$

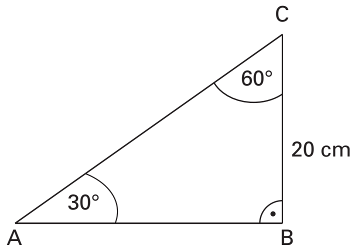
Wahlaufgaben

Aufgabe W1

a) $\cos 60° = \frac{20\ \text{cm}}{\overline{AC}}$

$\overline{AC} = \frac{20\ \text{cm}}{\cos 60°}$

$\overline{AC} = 40\ \text{cm}$



$\sphericalangle\ BAE = 180° - 90° - 60° = 30°$

$\boxed{\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \Rightarrow \cos}$

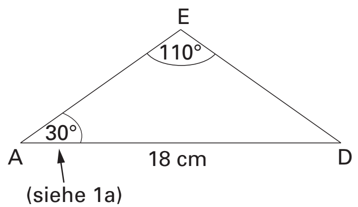
b) Berechnung mit dem **Sinussatz**:

$\frac{\overline{DE}}{\sin 30°} = \frac{18\ \text{cm}}{\sin 110°} \quad | \cdot \sin 30°$

$\overline{DE} = \frac{18\ \text{cm} \cdot \sin 30°}{\sin 110°}$

$\overline{DE} = 9{,}577\ldots\ \text{cm}$

$\overline{DE} \approx 9{,}6\ \text{cm}$



c) Berechnung von $\overline{AB}$ im Dreieck ABC:

$\tan 60° = \frac{\overline{AB}}{20\ \text{cm}} \quad | \cdot 20\ \text{cm}$

$\overline{AB} = 20\ \text{cm} \cdot \tan 60°$

$\overline{AB} \approx 34{,}64\ \text{cm}$

$A = \frac{1}{2} \cdot 34{,}64\ \text{cm} \cdot 20\ \text{cm}$

$A = 346{,}4\ \text{cm}^2$

$A \approx 346\ \text{cm}^2$

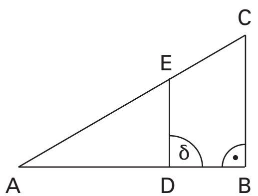
$\boxed{\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} \Rightarrow \tan}$

Flächeninhalt im rechtwinkligen Dreieck:

$\boxed{A = \frac{1}{2} a \cdot b}$

d) $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$

$\Rightarrow\ \delta = 90°$



Aufgabe W2

a) 1. Ein Punkt auf der y-Achse hat den x-Wert null $\Rightarrow$ $y_P = 0^2 - 7 \cdot 0 + 6$
$y_P = 6$ $\Rightarrow$ P (0 | 6)

2. **I. Möglichkeit** (Formel)

$p = -7 \qquad q = 6$

$$\boxed{S\left(-\frac{p}{2} \mid q - \left(\frac{p}{2}\right)^2\right)}$$

$S\left(-\frac{-7}{2} \mid 6 - \left(\frac{-7}{2}\right)^2\right)$

S (3,5 | -6,25)

II. Möglichkeit (quadratische Ergänzung)

$y = x^2 - 7x + 6$

$y = \underbrace{x^2 - 7x - 3{,}5^2}\ \underbrace{- 3{,}5^2 + 6}$

$y = (x - 3{,}5)^2 - 6{,}25 \quad \Rightarrow$ S (3,5 | -6,25)

3. S (3,5 | -6,25) $\Rightarrow$ S´ (-3,5 | -6,25)

p´: $y = (x + 3{,}5)^2 - 6{,}25$ Scheitelform
$y = x^2 + 7x + 12{,}25 - 6{,}25$ $\Downarrow$
$y = x^2 + 7x + 6$ Allgemeine Form

b) Nullstellen: $y = 0$

$x^2 - 3{,}9x + 3{,}5 = 0$

$x_{1/2} = 1{,}95 \pm \sqrt{(-1{,}95)^2 - 3{,}5}$

$x_{1/2} = 1{,}95 \pm 0{,}55$

$x_1 = 2{,}5 \qquad x_2 = 1{,}4$

c) Nur eine Nullstelle bei $x = -3$ $\Rightarrow$ $x_S = -3$
S (-3 | 0)

p: $y = -(x + 3)^2$
oder
p: $y = -x^2 - 6x - 9$

Aufgabe W3

a) $q = 1 - \frac{3}{100}$

$$\boxed{q = 1 - \frac{p}{100}}$$

$q = 0{,}97$

$90° \cdot 0{,}97 = 87{,}3$ °C
$87{,}3° \cdot 0{,}97 = 84{,}7$ °C

b) Nach 3 Minuten: $84{,}7° \cdot 0{,}97 = 82{,}2$ °C
Nach 4 Minuten: $82{,}2° \cdot 0{,}97 = 79{,}7$ °C
oder: $90° \cdot 0{,}97^4 = 79{,}7°$

c) $90 \cdot 0{,}97^x$, wobei x die Anzahl der Minuten angibt.

d) Durchschnittlich pro Minute etwa 2,5 °C Abkühlung.
$90° - 65° = 25°$
$\Rightarrow\ 25° : 2{,}5° = 10$

Bei 10 Minuten:
$y = 90 \cdot 0{,}97^{10}$ °C
$y = 66{,}4$ °C

Bei 11 Minuten:
$y = 90 \cdot 0{,}97^{11}$ °C
$y = 64{,}4$ °C

Lilly muss mindestens 11 Minuten warten.

e) Richtig ist B.

f) $60 = a \cdot 0{,}97^5$

$$a = \frac{60}{0{,}97^5}$$

$a = 70$

Die Ausgabetemperatur muss auf 70 °C eingestellt werden.

Aufgabe W4

a) Der Daumen ist in Wirklichkeit etwa 2 cm breit.
$\Rightarrow$ Durchmesser des Zylinders: $d_Z = 3$ cm
Füllhöhe des Zylinders: $h_Z = 4$ cm
Durchmesser der Kugel: $d_K = 8$ cm

$r_Z = 1{,}5$ cm

$V_Z = 1{,}5^2 \cdot \pi \cdot 4\ cm^3$
$V_Z = 28{,}27\ cm^3$

$\boxed{V_Z = r^2\,\pi \cdot h}$

$V_K = \frac{4}{3} \cdot 4^3 \cdot \pi\ cm^3$
$V_K = 268{,}08\ cm^3$

$\boxed{V_K = \frac{4}{3} r^3\,\pi}$

$V_G = 28{,}27\ cm^3 + 268{,}08\ cm^3$
$V_G = 296{,}35\ cm^3$

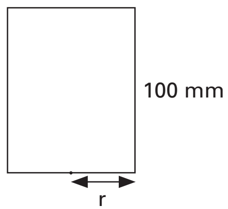
$V_G \approx 296\,350\ mm^3$

$\boxed{1\ cm^3 = 1000\ mm^3}$

b) 1. $r^2\pi \cdot 100\ mm = 296\,350\ mm^3$

$$r^2 = \frac{296\,350\ mm^3}{100\ mm \cdot \pi}$$

$r^2 = 943{,}31\ mm^2$
$r \approx 30{,}7$ mm



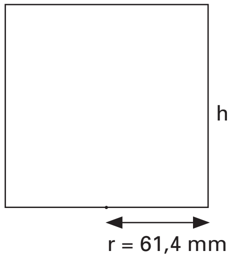
2. $(61{,}4\ \text{mm})^2 \cdot \pi \cdot h = 296\,350\ \text{mm}^3$

$$h = \frac{296\,350\ \text{mm}^3}{61{,}4^2 \cdot \pi\ \text{mm}^2}$$

$$h = 25{,}02\ \text{mm}$$

$$h = 2{,}5\ \text{cm}$$

Die Flüssigkeit steht 2,5 cm hoch.



Aufgabe W5

a) Im Spiel gibt es 100 Steine.
Den Stein B gibt es 2-mal.

$P(B) = \frac{2}{100}$ oder $P(B) = 2\%$

b) $C_4 \rightarrow$ 2 Steine
$F_4 \rightarrow$ 2 Steine
$K_4 \rightarrow$ 2 Steine
$P_4 \rightarrow$ 1 Stein
7 Steine

$P(\text{Wert } 4) = \frac{7}{100}$ oder $P(\text{Wert } 4) = 7\%$

c) $\boxed{\mathbf{Q}_{10}} + \boxed{\mathbf{Y}_{10}} + \boxed{\mathbf{Ö}_{8}} + \boxed{\mathbf{X}_{8}} + \boxed{\mathbf{Ä}_{6}}$

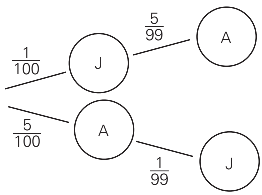
$10 + 10 + 8 + 8 + 6 = 42$

d) E, N, S sind gezogen $\Rightarrow$ noch 97 Steine im Beutel.
Es fehlt noch der Buchstabe I. Diesen Buchstaben gibt es 6-mal.

$P(I) = \frac{6}{97}$ oder $P(I) = 6{,}2\%$

NR.:
$6 : 97 = 0{,}062$

e)



$P(JA) = \frac{1}{100} \cdot \frac{5}{99}$

$P(AJ) = \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{99}$

Nach der **Summenregel** gilt:

$$P(„JA“) = \frac{1}{100} \cdot \frac{5}{99} + \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{99}$$

$$= 2 \cdot \frac{5}{9900} = \frac{10}{9900} = \frac{1}{990}$$

NR.:
1 : 990 = 0,00101

$P(„JA“) = \frac{1}{990}$ oder $P\,(„JA“) = 0{,}101\,\%$

f) Wahrscheinlichkeit für „INES“:

$$\xrightarrow[\frac{6}{100}]{} \text{I} \xrightarrow[\frac{9}{99}]{} \text{N} \xrightarrow[\frac{15}{98}]{} \text{E} \xrightarrow[\frac{7}{97}]{} \text{S}$$

$$P(INES) = \frac{6}{100} \cdot \frac{9}{99} \cdot \frac{15}{98} \cdot \frac{7}{97} = \frac{5670}{N}$$

Wahrscheinlichkeit für „SEMI“:

$$\xrightarrow[\frac{7}{100}]{} \text{S} \xrightarrow[\frac{15}{99}]{} \text{E} \xrightarrow[\frac{4}{98}]{} \text{M} \xrightarrow[\frac{6}{97}]{} \text{I}$$

$$P(SEMI) = \frac{7}{100} \cdot \frac{15}{99} \cdot \frac{4}{98} \cdot \frac{6}{97} = \frac{2530}{N}$$

Die beiden Nenner N sind gleich, also ist die Wahrscheinlichkeit für INES größer, weil
$\frac{5760}{N} > \frac{2530}{N}$

Weitere Möglichkeit:
Die Buchstaben S, E, I kommen bei beiden Namen vor. Den Buchstaben N bei „INES“ gibt es öfter als den Buchstaben M bei „SEMI“. Die Wahrscheinlichkeit bei INES ist also größer.