Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Aufgabe1:

a) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

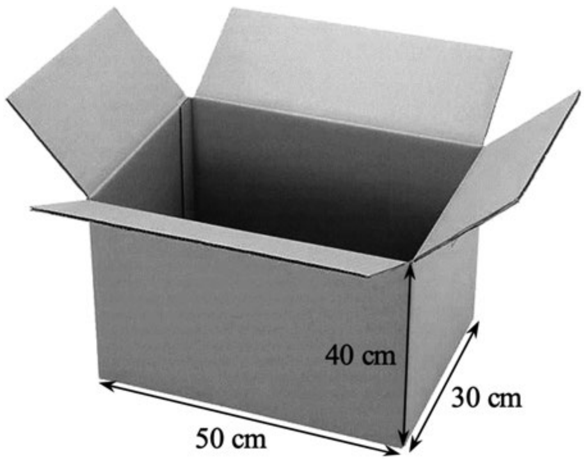
$-0{,}45$ $\qquad 0{,}38 \qquad -\frac{2}{5}$

b) Gib an, zwischen welchen zwei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen $\sqrt{20}$ liegt.

Aufgabe 2:

Berechne das Volumen des abgebildeten Kartons.

Gib dein Ergebnis in Litern (ℓ) an.



Aufgabe 3:

Löse das lineare Gleichungssystem.

Notiere deinen Lösungsweg.

I $\quad 6x - 3y = 15$

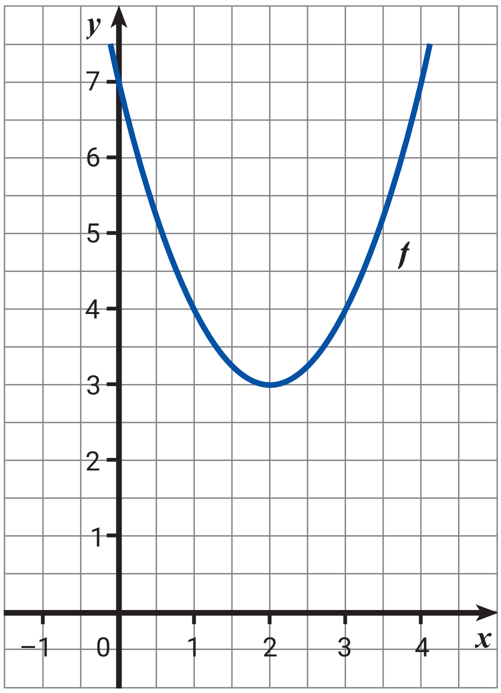
II $\quad 6x - 8y = 10$

Aufgabe 4:

(1) Kreuze an, welche der angegebenen Funktionsgleichungen zu dem Graphen von f passt.

$f(x) = (x + 2)^2 - 3$	◯
$f(x) = -(x - 2)^2 + 3$	◯
$f(x) = (x - 2)^2 + 3$	◯

(2) Begründe deine Auswahl.



Aufgabe 5:

Linda möchte sich ein Paar Sneaker kaufen.

Der ursprüngliche Preis beträgt 82 €.

Die Sneaker werden mit 25 % Rabatt verkauft.

Berechne den neuen Verkaufspreis.

Aufgabe 6:

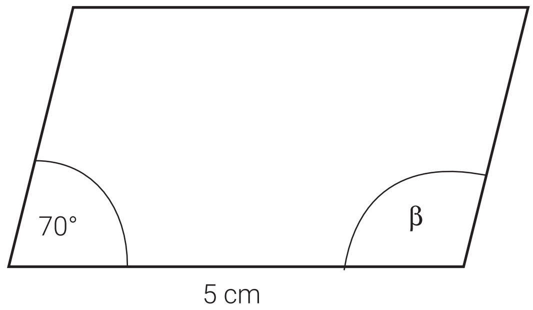
Gegeben ist ein Parallelogramm mit den Seitenlängen 5 cm und 4 cm sowie $\alpha = 70°$.

a) Gib die Größe des Winkels β an.

β = ____________________

b) Max behauptet: „Das Parallelogramm hat einen Flächeninhalt von 20 cm^2."

Begründe, dass diese Aussage nicht stimmen kann.



(Skizze nicht maßstabsgerecht)

Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabe 1: Herzlich willkommen

Eine Firma produziert herzförmige Dekoanhänger aus Metall (Abbildung 1). Jedes Herz besteht aus einem Quadrat mit der Kantenlänge 6 cm, an das zwei Halbkreise mit einem Radius von jeweils 3 cm angesetzt sind (Abbildung 2).

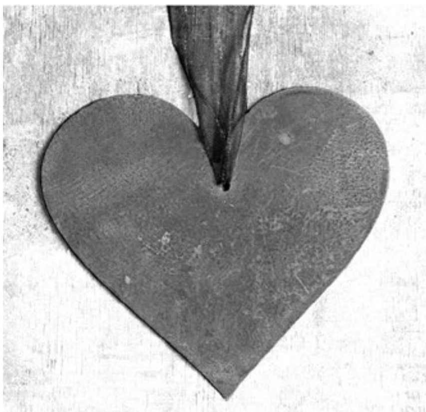


Abbildung 1: herzförmiger Dekoanhänger

a) Zeichne ein Herz in Originalgröße in dein Heft.

b) Bestätige rechnerisch, dass ein Herz einen Flächeninhalt von ca. 64,3 cm^2 hat.

c) Die Herzen werden aus dünnen Metallblechen hergestellt.

1 dm^2 des Metallblechs wiegt 117 g.

Berechne das Gewicht eines Herzens.

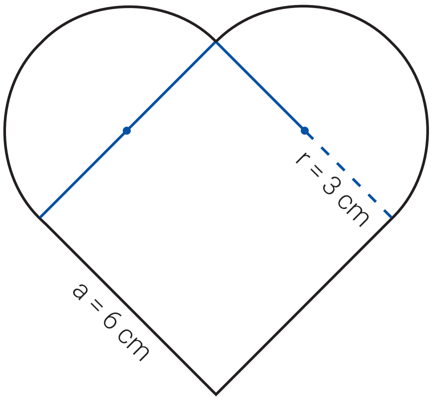


Abbildung 2: geometrische Form eines Herzens

Um die Breite β eines Herzens zu bestimmen, wird eine Skizze angefertigt (Abbildung 3). Hier gilt: Die Strecke $\overline{AB}$ entspricht der Breite β. $\overline{AB}$ geht durch die Mittelpunkte M_1 und M_2 der angesetzten Halbkreise.

d) Zeige durch eine Rechnung, dass die Strecke $\overline{M_1M_2}$ eine Länge von etwa 4,24 cm hat.

e) Berechne die Breite b eines Herzens.

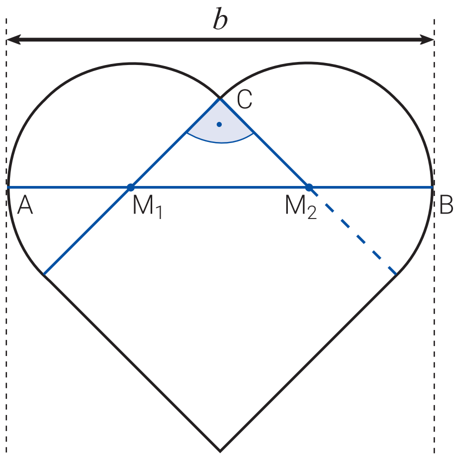
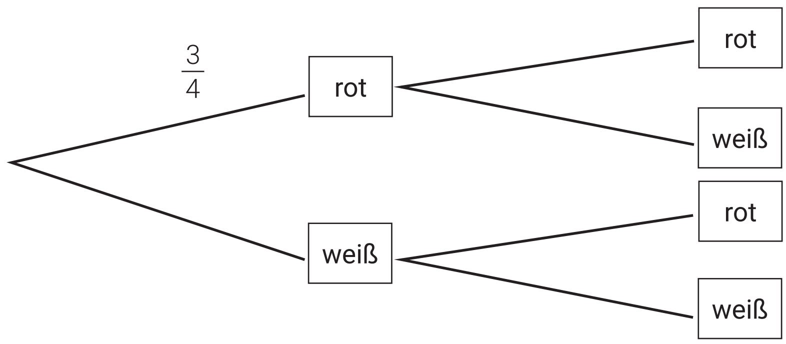


Abbildung 3: Skizze zur Berechnung der Breite b

Die Herzen werden in den Farben rot und weiß produziert und farblich gemischt in Kartons verpackt. Beim Fabrikverkauf werden die Herzen angeboten. Die Kunden dürfen ohne hinzusehen nacheinander zwei Herzen aus dem Karton ziehen. Zu diesem Zufallsversuch gehört das folgende Baumdiagramm (Abbildung 4).

Abbildung 4:



Baumdiagramm für das Ziehen von zwei Herzen ohne Zurücklegen

In einem Karton sind 15 Herzen rot, die restlichen Herzen sind weiß.

f) Begründe, dass sich in dem Karton insgesamt 20 Herzen befinden.

g) Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei verschiedenfarbige Herzen gezogen werden.

(1) Ergänze im Baumdiagramm die dafür notwendigen Wahrscheinlichkeiten.

(2) Berechne die gesuchte Wahrscheinlichkeit.

Aufgabe 2: Varroa-Milbe

Die Varroa-Milbe ist ein Schädling, der in jedem Bienenvolk lebt. Die Schülerinnen und Schüler der Bienen-AG untersuchen die Milbe mit einem Mikroskop.

a) Berechne die Länge und Breite der Milbe durch Messen der Pfeillängen und Anwenden des Maßstabs (Abbildung 1).

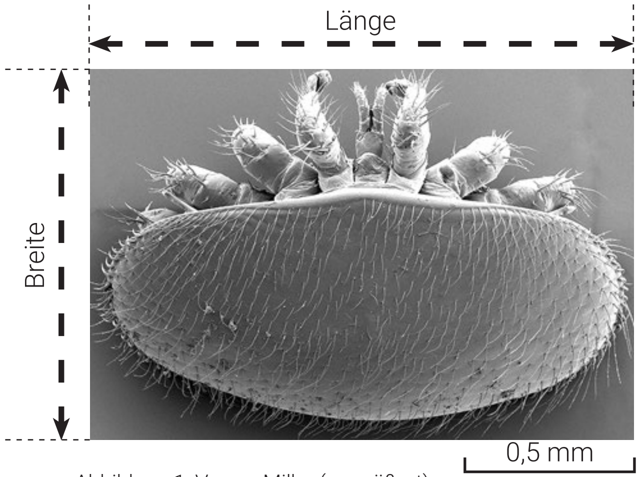


Abbildung 1: Varroa-Milbe (vergrößert)
@Vera Kuttelvaserova – AdobeStock.com

Im Frühjahr ermitteln sie die Anzahl der Milben im Bienenvolk.
Im Internet finden sie die Faustregel, dass sich die Anzahl der Milben alle vier Wochen etwa verdoppelt. Sie kalkulieren die voraussichtliche Anzahl der Milben für die kommenden vier und acht Wochen. Die Werte halten sie in einer Tabelle fest.

	Wert 1	Wert 2	Wert 3
Zeit in Wochen	0	4	8
Anzahl der Milben	308		

b) Ergänze die fehlenden Werte in der Tabelle.

Um die Entwicklung der Milben pro Woche vorauszusagen, beschreiben sie die Anzahl der Milben mit der folgenden Exponentialfunktion f:

$f(x) = 308 \cdot 1{,}19^x$ $\quad x$ ist die Zeit in Wochen, $x = 0$ ist der Beobachtungsbeginn

c) Gib die Bedeutung der Werte 308 und 1,19 im Zusammenhang an.

d) Bestätige mithilfe der Funktionsgleichung, dass nach 12 Wochen ca. 2 500 Milben vorhanden sind.

e) Bei einer Anzahl von ca. 10 000 Milben würde das Bienenvolk so großen Schaden nehmen, dass es nicht überleben kann.
Bestimme, nach wie vielen Wochen die Anzahl von 10 000 Milben überschritten wird.

Damit das Bienenvolk überlebt, wird nach 12 Wochen Ameisensäure eingesetzt. Dadurch wird die Anzahl von ca. 2 500 Milben einmalig um 90 % reduziert.

f) Weise nach, dass durch die Behandlung mit der Ameisensäure die Anzahl von 10 000 Milben 21 Wochen nach Beobachtungsbeginn nicht überschritten wird.

Aufgabe 3: Zahlenpaare

Merle hat Spaß an Zahlen und ist immer auf der Suche nach Tricks, um den Rechenaufwand einer Aufgabe zu verringern. Bei der Addition der Zahlen von 1 bis 10 bemerkt sie:
„Die beiden Zahlen 1 und 10 ergeben zusammen 11, ebenso wie die beiden Zahlen 2 und 9, die Zahlen 3 und 8 usw. Da ich so fünf Zahlenpaare jeweils mit dem Wert 11 bilden kann, muss ich nur 5 · 11 rechnen und erhalte das Ergebnis 55.“ (Abbildung 1)

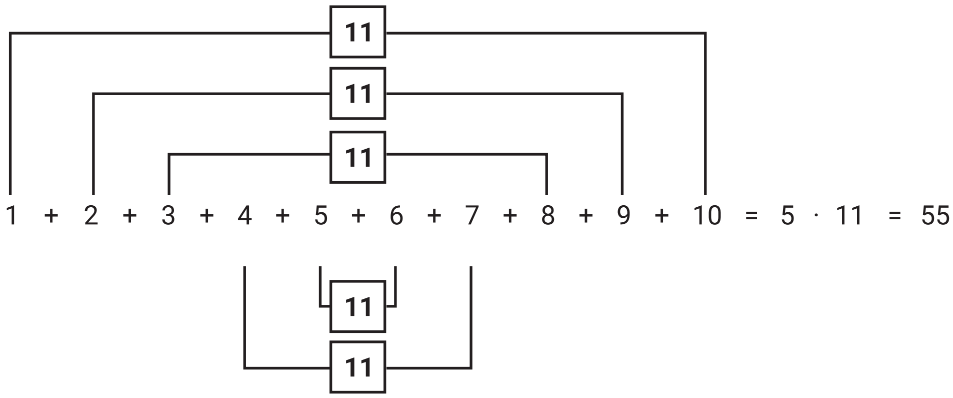


Abbildung 1: Rechentrick für die Addition der Zahlen von 1 bis 10

a) Wende Merles Trick auf die Addition der Zahlen von 1 bis 6 an, indem du Abbildung 2 vervoll- ständigst.

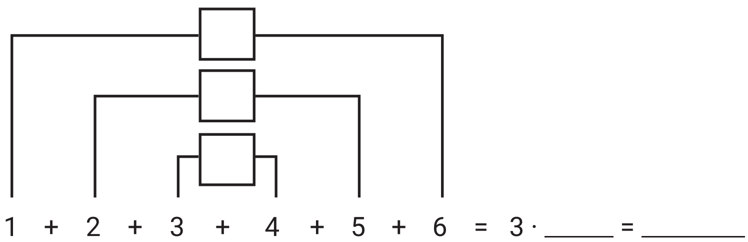


Abbildung 2: Addition der Zahlen von 1 bis 6

Merle verwendet den Trick für aufwendigere Additionen. Damit die Rechnungen übersichtlich bleiben, ersetzt sie fehlende Summanden durch Pünktchen. In Abbildung 3 ist Merles Berechnung für die Summe der Zahlen von 1 bis 30 dargestellt.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 28 + 29 + 30 = \boxed{} \cdot \boxed{} = 465$$

Abbildung 3: Addition der Zahlen von 1 bis 30

b) Begründe, dass in den Kästchen die Zahlen 15 bzw. 31 stehen müssen.

Merle findet einen allgemeinen Term, um die Summe der Zahlen von 1 bis n zu berechnen.

Sie notiert $\frac{1}{2}n \cdot (n + 1)$.

c) (1) Berechne den Wert des Terms für $n = 40$.

(2) Erläutere die Bedeutung der Faktoren $\frac{1}{2}n$ und $(n + 1)$ im Zusammenhang mit dem Rechentrick.

Merle formt den Term um und erhält $\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$.

d) Berechne den Wert der Summe für $n = 100$ mit diesem vereinfachten Term.

e) (1) Berechne die beiden Lösungen der Gleichung $\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n = 2\,080$.

(2) Erkläre, warum nur eine Lösung für den Kontext sinnvoll ist.

„Bei meinem Rechentrick muss man die Summanden paarweise zusammenfassen. Daher vermute ich, dass meine Formel für ungerade Zahlen nicht gilt“, meint Merle.

Für ungerade Zahlen n entwickeln Merle und ihr Freund Silas den Term $\frac{1}{2}(n - 1) \cdot n + n$.

f) Silas behauptet: „Es ist egal, welchen Term wir nehmen, da die Terme

$\frac{1}{2}(n - 1) \cdot n + n$. und $\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$ gleichwertig sind.“

Zeige durch Termumformungen, dass Silas Behauptung stimmt.

Bearbeitungstipps

Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel

1. a) Wandle den Bruch in eine Dezimalzahl um und berücksichtige das Minuszeichen.
b) Denke an die Quadratzahlen.

2. Verwende die Volumenformel eines Quaders und rechne das Ergebnis in Liter um.

3. Verwende das Einsetzverfahren oder Additionsverfahren, nachdem du eine der beiden Gleichungen variiert hast.

4. Denke an die Verschiebungen einer Normalparabel und markiere den Scheitelpunkt.

5. Rechne mit dem Dreisatz oder der Formel. Hier handelt es sich um einen verminderten Grundwert.

6. a) Denke an die Eigenschaften eines Parallelogramms und an die Winkelsätze.
b) Beachte die Flächenformel eines Parallelogramms und schaue, was gegeben ist.

Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmittel

1. a) Zeichne sauber und ordentlich.
b) Das Herz besteht aus einem Quadrat und zwei Halbkreisen, die zusammen einen Kreis ergeben.
c) Achte auf gleiche Einheiten.
d) Das Dreieck M_1M_2C ist ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $\overline{M_1M_2}$.
e) Die Strecke b besteht aus drei Teilstrecken: $\overline{AM_1} + \overline{M_1M_2} + \overline{M_2B}$.
f) Hier kannst du mit dem Dreisatz rechnen.
g) Angrenzende Äste ergeben immer eine Wahrscheinlichkeit von 1 ($\triangleq$ 100 %).

2. a) Verwende den Maßstab und bestimme, wie der angegebene Maßstab in die „Breite“ und die „Länge“ hineingeht.
b) Verdopple jeweils den Wert „Anzahl der Milben“.
c) Erkläre die Formel im Zusammenhang mit den gegebenen Werten.
d) Setze die gegebenen Werte in die Funktion ein und rechne aus.
e) Löse die Formel nach x auf und verwende den ln.
f) Hier rechnest du mit einem neuen Anfangsbestand, den du in die Funktion einsetzt.

3. a) Bilde die Summen, die jeweils identisch sein sollten.
b) Berechne jeweils die Summe und den Durchschnitt der Zahlenpaare.
c) (1) Setze in die Formel ein.
(2) Setze die Faktoren in Zusammenhang.
d) Setze richtig ein und berechne.
e) (1) Rechne mit der Lösungsformel.
(2) Achte auf die Vorzeichen der Lösungen und bringe diese in einen sinnvollen Zusammenhang.
f) Setze beide Terme gleich.

hutt lernhilfen

hutt.lernhilfen ist eine Marke der

Bergmoser + Höller
Verlag AG

Karl-Friedrich-Str. 76
52072 Aachen
DEUTSCHLAND
T 0241-93888-123
F 0241-93888-188
E kontakt@buhv.de
www.buhv.de

Umsatzsteuer-Id.Nr.: DE 123600266
Verkehrsnummer: 10508
Handelsregister Aachen HRB 8580

Vorstand:
Andreas Bergmoser
Peter Tiarks

Aufsichtsratsvorsitz:
Holger Knapp

Autor der Bearbeitungstipps:
Kevin Koch (Mathematik)

Lektorat:
Dr. Gerd Kogel, Antonia Neher

Ausgabe 2022/2023